海冰对水中悬浮隧道非线性水动力载荷影响特性研究

李志富[1]，赵桥生[2]，邵飞[3]

(1.江苏科技大学 船舶与海洋工程学院，镇江，212003，Email：zhifu.li@hotmail.com

2.中国船舶科学研究中心 水动力学重点实验室，无锡，214000，Email：zhaocssrc@163.com

3.陆军工程大学 野战工程学院，南京，210000，Email：shaofei@seu.edu.cn)

摘要：海冰覆盖水域中浸没物体非线性水动力载荷特性研究，对水中悬浮结构物的设计建造具有十分重要的指导意义，如：峡湾水域中悬浮隧道等。本研究基于流体匀质、无黏、不可压缩、流动无旋假定下的势流理论对流场进行描述，并将海冰等效为力学特性相似的弹性薄板覆盖于流体表面，进而建立速度势在流场上表面应满足的边界条件。为了精确描述浸没物体大幅运动扰动流场特性，引入固定于结构物的非惯性极坐标系，并在该坐标系下建立速度势的多极子展开式，从而推导得出浸没结构物做任意简谐大幅周期运动的物面非线性解析解。在此基础上，系统研究了悬浮隧道各阶水动力分量，随海冰厚度、浸没深度、振荡频率及幅值的变化规律，并与自由表面水域中的情形进行了对比研究，揭示了水中悬浮隧道与水波的相互作用机理，总结了高阶水动力分量的变化特征，为水中悬浮隧道的有关水动力特性分析提供了重要的基础理论支撑和有效的分析手段。

关键词：海冰覆盖；悬浮隧道；大幅运动；非线性水动力；解析解

1 引言

悬浮隧道是一种悬浮在水中利用浮力承载的新型结构，由于具有对周围环境影响小、布线方便、跨越深水时的经济性等优点，为大跨水域的交通建设提供了新的思路。当计算悬浮隧道水动力载荷时，通常可以将其近似处理为浸没圆柱体。对于开敞水域情形，已有较多学者进行了研究，如：Wu[1]给出了自由表面条件下，浸没圆柱做大幅强迫运动时的解析表达式。然而，当流体上表面覆盖一层海冰时，如：连续冰层、碎冰等，相关的流体载荷特性还少有研究，特别是对于相关载荷的非线性分量特征，还尚不明晰。

近年来，对于冰区流场结构物的线性流体载荷已有较多学者开展了相关研究，如：Das 和 Mandal[2]对浸没圆柱体的线性波浪激励力进行了解析研究；Sturova[3]对浸没于冰间湖或

有限尺度浮冰下细长体的辐射问题进行了数值模拟；Li 等[4]给出了含裂缝无限延展冰层下脉动源扰动流场的显示积分解和相应的多极函数，并在随后的工作中，进一步推导了含多道任意分布裂缝冰层下的脉动源格林函数[5]，同时，基于边界元方法，开发了相应的数值分析程序。此外，对于漂浮在冰间湖内的结构物，Ren 等[6]采用本征函数展开匹配法，给出了矩形截面柱体扰动流场的解析解；Li 等[7]采用混合本征函数展开和边界元方法，建立了任意截面形状柱体的数值分析方法，以及大尺度冰间湖的近似分析方法[8]。

基于国内外研究现状，本研究将以水中悬浮隧道流体载荷特性分析的应用为背景，在作者已经建立的连续冰层下浸没结构物扰动流场分析方法基础上[9]，对水中悬浮隧道的流体载荷特性展开研究，重点探究不同环境参数下，水动力高阶分量随频率的变化特征。

2 控制方程

假定半径为a的圆柱体，在无限延展冰层下，做频率为ω的周期性振荡运动，同时认为水深趋于无穷。为了对流场展开分析，引入正交直角坐标系oxz，其中，ox轴与静止流场上表面重合，oz轴垂直向上。同时，引入固结于浸没圆柱体的极坐标系$o'r\theta$，其中，o'与圆柱体中心重合。在oxz坐标系下，o'的平均位置可以表示为$(0,-h)$。空间中的任意一点，在两个坐标系下可以按如下关系式进行转换

$$x = r\sin\theta + \eta_1\cos\alpha_1 \tag{1}$$

$$z = r\cos\theta - (h - \eta_3\cos\alpha_3) \tag{2}$$

$$\alpha_j = \omega t + \gamma_j \tag{3}$$

其中，η_1和η_3分别为水平和垂向振荡运动幅值，γ_1和γ_3为初相位。

引入势流理论基本假定，即：流体匀质、无黏、不可压缩、流动无旋，则流体运动可以通过标量函数速度势$\varPhi$来表征，并满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2\varPhi=0 \tag{4}$$

在物体扰动流场过程中，将海冰处理成为无限延展弹性薄板覆盖在流体上表面，且认为海冰下表面始终与流体接触，忽略其吃水的影响，则流体上表面条件可以写为

$$(D\frac{\partial^4}{\partial x^4} + K\frac{1}{g}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1)\frac{\partial\varPhi}{\partial z} + \frac{1}{g}\frac{\partial^2\varPhi}{\partial t^2} = 0 \tag{5}$$

其中，$D = Eh_1^3/12\rho g(1-\nu^2)$，$K = h_1\rho_1/\rho$，$E$为弹性模量，$\nu$为泊松比，$h_1$为海冰厚度，$\rho_1$为海冰密度，$\rho$为流体密度。在物体表面，满足不可穿透条件

$$\frac{\partial\varPhi}{\partial n} = -\omega(n_1\eta_1\sin\alpha_1 + n_3\eta_3\sin\alpha_3) \tag{6}$$

其中，$\vec{n} = (n_1, n_3)$为物体表面的内法线矢量。同时，在无穷远$x \to \pm\infty$处，还应该满足波浪外传条件。参照[10]，可以将总的流体速度势$\varPhi$写成如下形式

$$\Phi = -\omega\eta_1 Re(\phi_1 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_1}) - \omega\eta_3 Re(\phi_3 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_3}) \tag{7}$$

其中，ϕ_1 和 ϕ_3 满足如下物面边界条件

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial r} = -\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\theta)} - \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\theta)})\text{；}\quad \frac{\partial\phi_3}{\partial r} = -\frac{\mathrm{i}}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\theta)} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\theta)}) \tag{8}$$

3 分析方法

对于上节所述边值问题，可以采用多极展开式进行解析求解[9]，即

$$\begin{aligned}
\phi_j =& \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} A_m^s a^m [\frac{e^{\mathrm{i}m\theta+\mathrm{i}s\omega t}}{r^m} + \frac{1}{(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}(-\mathrm{i})^q \mathrm{e}^{\mathrm{i}p\alpha_3+\mathrm{i}q\alpha_1+\mathrm{i}s\omega t} \\
&\times\int_0^\infty \frac{k(Dk^4 - K\upsilon(p+q+s)^2+1)+\upsilon(p+q+s)^2}{k(Dk^4 - K\upsilon(p+q+s)^2+1)-\upsilon(p+q+s)^2} k^{m-1}\mathrm{e}^{[k(z-h)+\mathrm{i}kx]} I_p(k\eta_3)J_q(k\eta_1)\mathrm{d}k] \\
&+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} B_m^s a^m [\frac{e^{-\mathrm{i}m\theta+\mathrm{i}s\omega t}}{r^m} + \frac{1}{(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}(+\mathrm{i})^q \mathrm{e}^{\mathrm{i}p\alpha_3+\mathrm{i}q\alpha_1+\mathrm{i}s\omega t} \\
&\times\int_0^\infty \frac{k(Dk^4 - K\upsilon(p+q+s)^2+1)+\upsilon(p+q+s)^2}{k(Dk^4 - K\upsilon(p+q+s)^2+1)-\upsilon(p+q+s)^2} k^{m-1}\mathrm{e}^{[k(z-h)-\mathrm{i}kx]} I_p(k\eta_3)J_q(k\eta_1)\mathrm{d}k]
\end{aligned} \tag{9}$$

其中，$J_q(k\eta_1)$ 为第一类贝塞尔函数，$I_p(k\eta_3)$ 为第一类变形贝塞尔函数。为了满足波浪外传的辐射条件，当 $p+q+s>0$ 时，无穷积分上穿奇点 $k=\lambda$，当 $p+q+s<0$ 时，无穷积分下穿奇点 $k=\lambda$。此处，$k=\lambda$ 为如下色散方程的根

$$k[Dk^4 - K\upsilon(p+q+s)^2+1] - \upsilon(p+q+s)^2 = 0 \tag{10}$$

为了满足边界条件（8），将式（9）在固结于物体的极坐标系下写为

$$\begin{aligned}
\phi_j =& \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} A_m^s a^m [\frac{e^{\mathrm{i}m\theta+\mathrm{i}s\omega t}}{r^m} + \frac{1}{(m-1)!}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{r^n e^{+\mathrm{i}n\theta}}{n!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{q_1=-\infty}^{\infty} \\
&\times(-\mathrm{i})^q(+\mathrm{i})^{q_1}\exp(\mathrm{i}p\alpha_3+\mathrm{i}q\alpha_1+\mathrm{i}s\omega t+\mathrm{i}q_1\alpha_1+\mathrm{i}p_1\alpha_3)F(m,n,p,q,p_1,q_1,p+q+s)] \\
&+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} B_m^s a^m [\frac{e^{-\mathrm{i}m\theta+\mathrm{i}s\omega t}}{r^m} + \frac{1}{(m-1)!}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{r^n e^{-\mathrm{i}n\theta}}{n!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{q_1=-\infty}^{\infty} \\
&\times(+\mathrm{i})^q(-\mathrm{i})^{q_1}\exp(\mathrm{i}p\alpha_3+\mathrm{i}q\alpha_1+\mathrm{i}s\omega t+\mathrm{i}q_1\alpha_1+\mathrm{i}p_1\alpha_3)F(m,n,p,q,p_1,q_1,p+q+s)]
\end{aligned} \tag{11}$$

其中，

$$F(m,n,p,q,p_1,q_1,s)=\int_0^\infty \frac{k(Dk^4-K\upsilon s^2+1)+\upsilon s^2}{k(Dk^4-K\upsilon s^2+1)-\upsilon s^2} \times k^{m+n-1}\mathrm{e}^{-2kh}I_{p_1}(k\eta_3)J_{q_1}(k\eta_1)I_p(k\eta_3)J_q(k\eta_1)\mathrm{d}k \tag{12}$$

利用三角函数的正交性，并结合边界条件（8），可以得到有关ϕ_1的方程组如下

$$\begin{aligned}&-m\frac{A_m^s}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^{n+m-1}}{(n-1)!(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{u=-\infty}^{\infty}\\&\qquad\times(-\mathrm{i})^q(+\mathrm{i})^{q_1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(q+q_1)\gamma_1+\mathrm{i}(p+p_1)\gamma_3}F(n,m,p,q,p_1,q_1,p+q+u)A_n^u=-\frac{1}{2}\delta(s-1)\delta(m-1)\\&-m\frac{B_m^s}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^{n+m-1}}{(n-1)!(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{u=-\infty}^{\infty}\\&\qquad\times(+\mathrm{i})^q(-\mathrm{i})^{q_1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(q+q_1)\gamma_1+\mathrm{i}(p+p_1)\gamma_3}F(n,m,p,q,p_1,q_1,p+q+u)B_n^u=\frac{1}{2}\delta(s-1)\delta(m-1)\end{aligned} \tag{13}$$

同理，对于ϕ_3可以得到

$$\begin{aligned}&-m\frac{A_m^s}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^{n+m-1}}{(n-1)!(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{u=-\infty}^{\infty}\\&\qquad\times(-\mathrm{i})^q(+\mathrm{i})^{q_1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(q+q_1)\gamma_1+\mathrm{i}(p+p_1)\gamma_3}F(n,m,p,q,p_1,q_1,p+q+u)A_n^u=-\frac{\mathrm{i}}{2}\delta(s-1)\delta(m-1)\\&-m\frac{B_m^s}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^{n+m-1}}{(n-1)!(m-1)!}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{u=-\infty}^{\infty}\\&\qquad\times(+\mathrm{i})^q(-\mathrm{i})^{q_1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(q+q_1)\gamma_1+\mathrm{i}(p+p_1)\gamma_3}F(n,m,p,q,p_1,q_1,p+q+u)B_n^u=-\frac{\mathrm{i}}{2}\delta(s-1)\delta(m-1)\end{aligned} \tag{14}$$

当求得流体速度势之后，通过伯努利方程便可以计算流场中任意一点的压力值，将其沿物体表面积分，便可得到作用于物体上的流体动力

$$F_j=Re[\sum_{s=-\infty}^{\infty}F_j(s)\mathrm{e}^{\mathrm{i}s\omega t}] \tag{15}$$

其中，

$$\begin{aligned}F_1(s)=&-\frac{1}{2}\rho\pi\omega^2a^2\eta_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}s\gamma_1}[\delta(s-1)+\delta(s+1)]+\rho\pi\{2as\omega(-C_1^s+D_1^s)\\&+\frac{\mathrm{i}}{a}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s_1=-\infty}^{\infty}[m(m+1)(C_{m+1}^{s-s_1}D_m^{s_1}-D_{m+1}^{s-s_1}C_m^{s_1}-C_m^{s-s_1}D_{m+1}^{s_1}+D_m^{s-s_1}C_{m+1}^{s_1}\\&+C_{m+1}^{s+s_1}\bar{C}_m^{s_1}-D_{m+1}^{s+s_1}\bar{D}_m^{s_1}-C_m^{s+s_1}\bar{C}_{m+1}^{s_1}+D_m^{s+s_1}\bar{D}_{m+1}^{s_1})]\}\end{aligned} \tag{16}$$

$$F_3(s)=-\frac{1}{2}\rho\pi\omega^2a^2\eta_3\mathrm{e}^{\mathrm{i}s\gamma_3}[\delta(s-1)+\delta(s+1)]+\rho\pi\{2a\mathrm{i}s\omega(C_1^s+D_1^s)$$
$$+\frac{1}{a}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{s_1=-\infty}^{\infty}[m(m+1)(C_{m+1}^{s-s_1}D_m^{s_1}+D_{m+1}^{s-s_1}C_m^{s_1}+C_m^{s-s_1}D_{m+1}^{s_1}+D_m^{s-s_1}C_{m+1}^{s_1} \tag{17}$$
$$+C_{m+1}^{s+s_1}\bar{C}_m^{s_1}+D_{m+1}^{s+s_1}\bar{D}_m^{s_1}+C_m^{s+s_1}\bar{C}_{m+1}^{s_1}+D_m^{s+s_1}\bar{D}_{m+1}^{s_1})]\}$$

$$C_m^s=-A_m^s(1)\omega\eta_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_1}-A_m^s(3)\omega\eta_3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_3}=-\omega(\eta_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_1}+\mathrm{i}\eta_3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_3})A_m^s(1) \tag{18}$$

$$D_m^s=-B_m^s(1)\omega\eta_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_1}-B_m^s(3)\omega\eta_3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_3}=-\omega(\eta_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_1}-\mathrm{i}\eta_3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma_3})B_m^s(1) \tag{19}$$

通过运动学边界条件$\partial W/\partial t=\partial \Phi/\partial z$，还可进一步得到冰层变形

$$\begin{aligned}W(x,t)=&\sum_{u=-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\omega t}}{\mathrm{i}u\omega}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{a^m}{(m-1)!}\sum_{s=-\infty}^{\infty}C_m^s\\&\times\sum_{p=-\infty}^{\infty}(-\mathrm{i})^q\mathrm{e}^{\mathrm{i}p\gamma_3+\mathrm{i}\gamma\alpha_1}\int_0^{\infty}[A(k)-1]\mathrm{e}^{-kh+\mathrm{i}kx}k^mI_p(k\eta_3)J_q(k\eta_1)\mathrm{d}k\\&+\sum_{u=-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\omega t}}{\mathrm{i}u\omega}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{a^m}{(m-1)!}\sum_{s=-\infty}^{\infty}D_m^s\\&\times\sum_{p=-\infty}^{\infty}(+\mathrm{i})^q\mathrm{e}^{\mathrm{i}p\gamma_3+\mathrm{i}\gamma\alpha_1}\int_0^{\infty}[A(k)-1]\mathrm{e}^{-kh-\mathrm{i}kx}k^mI_p(k\eta_3)J_q(k\eta_1)\mathrm{d}k\end{aligned} \tag{20}$$

4 结论

本研究以悬浮隧道水动力载荷分析应用为背景，重点探究海冰对悬浮隧道非线性水动力载荷的影响规律，在作者已经建立分析方法的基础上，给出了有关载荷计算的主要公式，以及冰层弯曲变形表达式，研讨会上将给出典型环境参数下的载荷变化特征。

参 考 文 献

1. Wu, G.X. Hydrodynamic forces on a submerged circular cylinder undergoing large-amplitude motion. Journal of Fluid Mechanics, 1993. 254(-1): 41-58.
2. Das, D. , B.N. Mandal. Oblique wave scattering by a circular cylinder submerged beneath an ice-cover. International Journal of Engineering Science, 2006. 44(3-4): 166-179.
3. Sturova, I.V. Radiation of waves by a cylinder submerged in water with ice floe or polynya. Journal of Fluid Mechanics, 2015. 784: 373-395.
4. Li, Z.F., G.X. Wu, C.Y. Ji. Wave radiation and diffraction by a circular cylinder submerged below an ice sheet

with a crack. Journal of Fluid Mechanics, 2018. 845: 682-712.
5. Li, Z.F., G.X. Wu, C.Y. Ji. Interaction of wave with a body submerged below an ice sheet with multiple arbitrarily spaced cracks. Physics of Fluids 2018. 30(5): 057107.
6. Ren, K., G.X. Wu, G.A. Thomas, Wave excited motion of a body floating on water confined between two semi-infinite ice sheets. Physics of Fluids, 2016. 28(12): 127101.
7. Li, Z.F., Y.Y. Shi, G.X. Wu. Interaction of waves with a body floating on polynya between two semi-infinite ice sheets. Journal of Fluids and Structures, 2018. 78: 86-108.
8. Li, Z.F., Y.Y. Shi, G.X. Wu. Interaction of wave with a body floating on a wide polynya. Physics of Fluids 2017. 29(9): 097104.
9. Li, Z.F., Y.Y. Shi, G.X. Wu. Large amplitude motions of a submerged circular cylinder in water with an ice cover. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 2017. 65: 141-159.
10. Wu, G.X. Hydrodynamic forces on a submerged cylinder advancing in water waves of finite depth. Journal of Fluid Mechanics, 1991. 224(-1): 645-659.

The effect of ice sheet on hydrodynamic properties of a submerged floating tunnel

LI Zhi-Fu [1], ZHAO Qiao-sheng [2], SHAO Fei [3]

(1. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China. Email: zhifu.li@hotmail.com
2. Key laboratory of hydrodynamics, China ship scientific research center, Wuxi 214082, China. Email: zhaocssrc@163.com
3. College of Field Engineering, Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China Email: shaofei@seu.edu.cn)

Abstract：The effect of ice sheet on the hydrodynamic properties of a submerged floating tunnel is considered. The linearized velocity potential theory is adopted for fluid flow, while the thin elastic plate model is used for ice sheet. The shape of cross section of the tunnel is assumed to be circular, indicating that the multipole expansion method can be used to obtain the analytical solution. To solve the problem, a body fixed polar coordinate system is introduced, in which the multipole expansions are derived. The expansion coefficients are then determined through imposing the boundary conditions on the body surface. Finally, the effects of ice properties on the higher order hydrodynamic load coefficients against oscillation frequency are investigated.

Key words：Ice sheet; Submerged floating tunnel; Large amplitude oscillation; Nonlinear hydrodynamic load; Analytical solution.