

# 考虑表面张力的两相流动自适应网格直接数值模拟

刘成, 万德成\*

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240, \*通讯作者 Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

**摘要:** 随着算法和计算机浮点运算能力的进步, 直接数值模拟逐渐成为分析复杂两相流动机理的有效手段。传统直接数值模拟方法对数值格式耗散控制和网格分辨能力有较高的要求, 大幅增加了计算负载。本研究采用多矩有限体积法 (CIP-CSL, 即 Constraint Interpolation Profile - Semi-Lagrangian 格式) 离散两相流动控制方程; 在单元内部使用代数方法重构 VOF (Volume of Fluid) 界面; 同时改进了高度函数法计算局部曲率的精度。除此之外, 为保证直接数值模拟计算效率, 采用块自适应网格方法对自由面、大速度梯度等关键区域进行局部加密。本研究设计了数值实验, 计算表面张力波 (Capillary Wave) 在不同 Laplace 数下的自由表面流动不稳定性问题, 其自由面变形率与经典势流理论吻合较好。然后, 使用该自适应网格求解器对不同 Weber 数和 Reynolds 数下的液滴碰撞问题进行了直接数值模拟, 数值结果与实验数据进行了比对, 充分证明了本方法的数值精度和有效性。

**关键词:** 表面张力; 自适应网格; 直接数值模拟; 两相流

## 1 引言

两相流问题中表面张力对许多微流动现象起主导作用, 对包含自由面的流动不稳定性现象的发生发展有重要影响。现有的实验手段难以实现对微观界面流动现象的完整观测, 而利用直接数值模拟 (Direct Numerical Simulation, DNS) 技术, 可以提取流动演化过程中包括湍流脉动在内的丰富的流场信息。目前, 将 DNS 技术应用于复杂两相流动微观机理分析的有 J. Shinjo 和 A. Umemura<sup>[1]</sup>、Y. Ling 等<sup>[2]</sup>、S. Popinet 等<sup>[3]</sup>。其中, S. Popinet 等<sup>[3]</sup>采用基于格子自适应策略 (Cell-Based Adaptive Mesh Refinement, CAMR) 的有限体积法研究了表面张力流动问题, 但 CAMR 在大规模并行计算时可扩展性较差, 难以实施高阶数值

格式。本研究中采用基于块自适应策略(Block Structured Adaptive Mesh Refinement, BAMR)开发多矩有限体积法用于表面张力流动的直接数值模拟。以下将从数值离散方法、数值实验结果两方面介绍相关工作。

## 2 数值方法

### 2.1 控制方程

积分形式的两相流动 Navier-Stokes (N-S) 控制方程可被写为以下形式,

$$\int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{u} dV + \int_{\Gamma} \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} p \mathbf{n} dS + \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_s + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_g,$$
(1)

其中,  $\mathbf{u}$  和  $p$  分别代表速度矢量和压力。对于牛顿流体, 剪应力张量  $\boldsymbol{\tau} = \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$ 。控制体  $\Omega$  被法向量为  $\mathbf{n}$  的边界  $\Gamma$  所围成。流体密度( $\rho$ )和黏性系数( $\mu$ )由体积分数  $C$  确定,

$$\rho = \rho_l C + \rho_g (1 - C),$$

$$\mu = \mu_l C + \mu_g (1 - C),$$
(2)

下标  $l$  和  $g$  分别代表液体和气体相。 $\mathbf{F}_g$  和  $\mathbf{F}_s$  分为体积力(重力)项和表面张力项, 其表达式如下,

$$\mathbf{F}_s = \sigma \mathcal{K} \mathbf{n} \delta_s = \sigma \mathcal{K} \nabla H_{\epsilon}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s),$$
(3)

这里  $\sigma$  为表面张力系数,  $\mathcal{K}$  为界面局部曲率, 其计算形式可由高度函数(Height Function)法进行;  $H_{\epsilon}$  为阶跃函数(Heaviside Function)的数值离散形式。根据 Brackbill 等<sup>[4]</sup> 研究结论, 本文取由体积分数  $C$  构造的  $H_{\epsilon}$ , 其平滑区域宽度  $\epsilon = \Delta$ ,  $\Delta$  为格子间距。

采用二阶精度的分步法(fractional step method)对 N-S 方程压力和速度项解耦, 因此方程(1)的数值求解由以下三步组成,

I. 计算预测步速度矢量  $\mathbf{u}''$ ,

I-1: 对流项部分,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{u}^t dV + \int_{\Gamma} \mathbf{u}^{n-1} (\mathbf{u}^{n-1} \cdot \mathbf{n}) dS = 0,$$
(4)

I-2 : 扩散项及其他部分 ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{u}'' dV - \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS = \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_s + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_g, \quad (5)$$

II. 压力 Poisson 方程求解,

$$\frac{1}{\rho} \int_{\Omega} \nabla p^n \cdot \mathbf{n} dS = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Gamma} \mathbf{u}'' \cdot \mathbf{n} dS, \quad (6)$$

III. 速度修正得到满足不可压缩条件的  $\mathbf{u}^n$ ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \Delta \mathbf{u}^n dV = \frac{1}{\rho} \int_{\Gamma} p^n \mathbf{n} dS, \quad (7)$$

这里  $\Delta \mathbf{u}^n$  为由压力梯度提供的修正量。方程 (4) 至方程 (7) 的数值离散方法采用多矩有限体积法<sup>[4]</sup>进行。

## 2.1 离散方法

传统有限体积法只在单元面心定义物理量, 多矩有限体积法通过引入“矩”的概念, 在单元内部实现高阶重构, 数值实验表明构造得到的数值格式耗散小、鲁棒性好、计算数值通量所需的模板数量少。本文使用 VIA (Volume Integration Average) 和 SIA (Surface Integration Average)<sup>[5]</sup>离散控制方程, 对于标量或矢量分量  $\phi$ , SIA 和 VIA 分别定义在  $[i, j - 1/2]$  和  $[i, j]$  处, 其表达式如下,

$$\phi_{i,j-1/2} = \frac{1}{\Delta x} \int_{t-1/2}^{t+1/2} Q(x, y, t) dx. \quad \phi_{i,j} = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{j-1/2}^{j+1/2} \int_{t-1/2}^{t+1/2} Q(x, y, t) dx dy.$$

其中,  $Q(x, y, t)$  用于逼近  $\phi$  在单元内的分布。由于速度矢量和压力分别定义在面心和格子中心, 数值格式的稳定性得到保证。

对于如下形式的守恒律方程, 可采用多种 CIP-CSL 格式进行离散求解,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi dV + \int_{\Gamma} \phi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = 0. \quad (8)$$

比如, CIP-CSL2<sup>[6]</sup> 使用二次多项式构造三阶格式, 通过引入一阶导数变量, CIP-CSL4<sup>[6]</sup> 方法可进行四阶多项式重构。CIP-CSLR0<sup>[7]</sup> 使用分段有理函数避免非物理震荡解的出现。本文使用较为简单的 CIP-CSL2 格式, 具体实施过程如下,

本文涉及的多维问题使用维数分裂方法 (Dimensional Splitting Method)<sup>[8]</sup>, 因此以下对方程 (8) 只给出沿 x 方向的数值离散实现过程, 方程 (8) 的一维形式下如下,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi dV + \int_{\Gamma} u \frac{\partial \phi}{\partial x} dx = - \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial u}{\partial x} dx. \quad (9)$$

一维问题中，VIA变为定义在*i*处的线积分平均变量，SIA成为定义在*i-1/2*和*i+1/2*处的点变量，CIP-CSL2 使用二阶多项式  $Q_i(x)$  模拟  $[i-1/2, i+1/2]$  区间内的物理量分布，

$$Q_i(x) = \sum_{m=0}^2 C_m (x - x_{i-1/2})^m.$$

其中，

$$\begin{cases} C_0 = \phi_{i-1/2}, \\ C_1 = \frac{3}{\Delta x^2} (-2\phi_i + \phi_{i-1/2} + \phi_{i+1/2}), \\ C_2 = \frac{2}{\Delta x} (3\phi_i + 2\phi_{i-1/2} - \phi_{i+1/2}), \end{cases} \quad (10)$$

其计算参数  $C_i(i=0,1,2)$  的推导过程参考文献[6]得到。

一旦插值函数形式被确定，下一个时间步的SIA变量  $\phi_{i-1/2}^{t+1}$  的数值解可以通过如下半拉格朗日方法更新，

$$\phi_{i-1/2}^{t+1} = \begin{cases} Q_{i-1}(x_{i-1/2} - u_{i-1/2} \Delta t), & \text{if } u_{i-1/2} \geq 0 \\ Q_i(x_{i-1/2} - u_{i-1/2} \Delta t), & \text{if } u_{i-1/2} \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

对于VIA 变量  $\phi_i$  的数值解通过以下守恒形式给出，

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \frac{1}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} Q(x, t) dx = \frac{1}{\Delta x} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}). \quad (12)$$

方程（12）表明随时间变化体积通量等于所有面通量  $F_{i\pm 1/2}$  的和， $F_{i\pm 1/2}$  定义如下，

$$F_{i-1/2} = \begin{cases} - \int_{x_{i-1/2} - u_{i-1/2} \Delta t}^{x_{i-1/2}} Q_{i-1}(x) dx, & \text{if } u_{i-1/2} \geq 0 \\ - \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i-1/2} - u_{i-1/2} \Delta t} Q_i(x) dx, & \text{if } u_{i-1/2} \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

上述一维重构过程可以沿各个坐标方向实施。比如对于二维问题，首先沿x方向利用上一时间步  $\phi_{i,j}^{n-1}, \phi_{i\pm 1/2,j}^{n-1}$  得到更新后的  $\phi_{i,j}^n, \phi_{i\pm 1/2,j}^n$ ，之后，y方向的SIA值  $\phi_{i,j\pm 1/2}^n$  可使用TEC (Time Evolution Converting) 方法<sup>[12][20]</sup>进行更新，

$$\phi_{i,j-1/2}^n = \phi_{i,j-1/2}^{n-1} + \frac{1}{2}(\phi_{i,j}^n - \phi_{i,j}^{n-1} + \phi_{i,j-1}^n - \phi_{i,j-1}^{n-1}). \quad (14)$$

黏性项方程 (5) 的数值离散过程可采用传统有限体积法进行。压力方程 (6) 的数值求解中用到定义在格子中心的压力变量和定义在面心的速度SIA变量，离散形式如下，

$$\begin{aligned} & \frac{\mathcal{D}_{t+1/2,j}(p^n)}{\rho_{t+1/2,j}} - \frac{\mathcal{D}_{t-1/2,j}(p^n)}{\rho_{t-1/2,j}} + \frac{\mathcal{D}_{t,j+1/2}(p^n)}{\rho_{t,j+1/2}} - \frac{\mathcal{D}_{t,j-1/2}(p^n)}{\rho_{t,j-1/2}} \\ & = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{u_{t+1/2,j}^n - u_{t-1/2,j}^n}{\Delta x} + \frac{v_{t,j+1/2}^n - v_{t,j-1/2}^n}{\Delta y} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

压力梯度算子  $\mathcal{D}_{t\pm 1/2,j}(p), \mathcal{D}_{t,j\pm 1/2}(p)$  定义在面心处，以  $\mathcal{D}_{t+1/2,j}(p)$  为例，其数值表达式为

$$\mathcal{D}_{t+1/2,j}(p) = \frac{p_{t+1/2,j}^n - p_{t,j}^n}{\Delta x}. \quad (16)$$

自适应网格上压力 Poisson 方程的求解方法在参考文献<sup>[9][10]</sup>有详细论述。

本文中表面张力的数值离散过程采用较为简单的连续表面力 (Continuum Surface Force) 方法进行。局部曲率的计算参照 Torrey 等<sup>[11]</sup>提出的高度函数方法进行，本文针对涉及较小液滴或气泡的情况，使用二阶多项式拟合局部曲面，再计算曲率值。除此之外，本文选取较为常用的锐利界面 VOF 方法捕捉运动界面，采用代数方法由体积组分和局部法向量近似计算界面线性方程参数，及其反问题。

## 2.2 网格自适应策略

本文方法基于块自适应网格实施，选用合适的网格细分准则对相交界面和流场大梯度区域进行网格加密操作。由于自适应网格的使用，需要对不同加密层级的网格进行插值操作。在此插值过程中，数值通量的守恒性是首要考虑的问题。在由细网格到粗网格的插值过程中守恒性容易得到保证；而由粗网格到细网格的提升 (Prolongation) 操作，需要发展守恒的插值方式进行。本文主要参考<sup>[9]</sup>的方法，通过诸维开展 CIP-CSL 插值保证不同加密层级插值守恒。

### 3 数值结果讨论

#### 3.1 表面张力驱动的液膜不稳定性

表面张力影响下的液膜不稳定性现象是液滴产生的重要原因之一，通过大量雾化实验观察到：通常液膜的破裂会形成液丝，由于流动不稳定性存在，液丝在轻微扰动下由于表面张力会进一步断裂为液滴，从而形成了大量雾滴。液膜不稳定性现象最早由 L. Rayleigh<sup>[12]</sup> 和 C. Weber<sup>[13]</sup> 利用势流理论进行详细研究。其具体问题描述如下，初始时，圆柱形自由面施加正弦函数扰动，

$$r(x) = r_0[1 + \varepsilon \sin(kx)], \quad (17)$$

其中  $r_0 = 0.2$ ,  $\varepsilon = 0.02$  并且  $k = \pi$ 。自由面将在表面张力作用下发生变形。计算区域选取为  $x, y, z \in [-1, 1]$ 。在  $x = \pm 1$  侧施加周期性边界条件；在  $y, z = \pm 1$  侧施加 0 速度梯度条件；在  $y, z = \pm 1$  侧施加 0 压力边界条件。

由 L. Rayleigh<sup>[12]</sup> 的线性理论，无黏流动的扰动增长率  $\zeta$  由下式给出，

$$\zeta = \frac{\sigma}{\rho_l r_0^3} \frac{I_1(kr_0)kr_0(1 - k^2 r_0^2)}{I_0(kr_0)}, \quad (18)$$

其中， $\rho_l$  和  $\sigma$  分别代表液体密度和其表面张力系数，函数  $I_0(\alpha)$ ,  $I_1(\alpha)$ ,  $J_0(i\alpha)$  和  $J_1(i\alpha)$  定义如下，

$$\begin{aligned} I_0(\alpha) = J_0(i\alpha) &= 1 + \frac{\alpha^2}{2^2} + \frac{\alpha^4}{2^2 \cdot 4^2} + \dots, \\ I_1(\alpha) = -iJ_1(i\alpha) &= \frac{\alpha}{2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{2 \cdot 4} + \frac{\alpha^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6} + \dots \right). \end{aligned} \quad (19)$$

C. Weber<sup>[13]</sup> 发展了 L. Rayleigh<sup>[12]</sup> 的线性理论，提出考虑黏性影响的扰动增长率计算方法，

$$\zeta^2 + \frac{3\mu k^2}{\rho_l} \zeta - \frac{\sigma}{2\rho_l r_0^3} (1 - k^2 r_0^2) k^2 r_0^2 = 0. \quad (20)$$

在本算例中，Laplace 数定义为

$$La = \frac{\sigma \rho_l r_0}{\mu_l^2}, \quad (21)$$

两相流体的性质考虑为水和空气, 其中  $\rho_l/\rho_g = 1000.0/1.2$ ,  $\mu_l/\mu_g = 1.0 \times 10^{-3}/1.8 \times 10^{-5}$ 。本研究中, 考虑三种 Laplace 数  $La = 2000, 238.34, 23.834$  下液膜不稳定性的计算。本计算用到三层自适应网格 (2-5 层), 其中, 加密层级 5 相当于对计算区域采用  $512 \times 512 \times 512$  的均匀网格, 加密层级 2 相当于对计算区域使用  $64 \times 64 \times 64$  的均匀网格。无量纲时间  $\tau$  定义如下,

$$\tau = \frac{t}{T_\sigma}, \quad T_\sigma = \sqrt{\frac{\rho r_0^3}{\sigma}}$$

总计算时间  $\tau = 18$ 。按照 S. Popinet<sup>[3]</sup>, 定义如下两个无量纲参数 ( $\chi_{max}, \chi_{min}$ ) 用于记录自由面变形情况, 其中

$$\chi_{max} = \frac{r_{max} - r_0}{\epsilon r_0}, \quad \chi_{min} = \frac{r_0 - r_{min}}{\epsilon r_0},$$

这里  $r_{max}$  和  $r_{min}$  分别指液膜的最大和最小半径。

图 1 显示了  $\chi_{min}$  和  $\chi_{max}$  随时间  $\tau$  变化情况。图 2 将 L. Rayleigh<sup>[12]</sup> 和 C. Weber<sup>[13]</sup> 的势流理论结果连同本 BAMR 求解器数值结果进行了比较。发现扰动增长率随着 Laplace 数的增加而变大。当  $La = 2000$  时,  $\tau = 10.6$  时刻液膜发生断裂; 对  $La = 238.34$  和  $La = 23.834$ , 液膜断裂的时间分别为  $\tau = 11.9$  和  $\tau = 15.6$ 。观察图 2 发现, 液膜发生断裂之前, 理论和数值预测结果吻合较好。

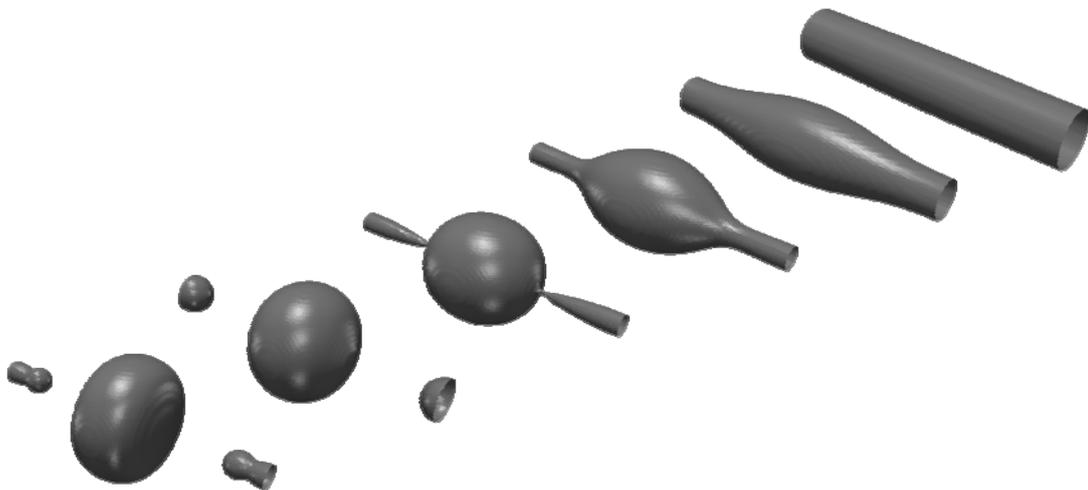


图 1  $La = 2000$  时液膜形状随时间变化情况

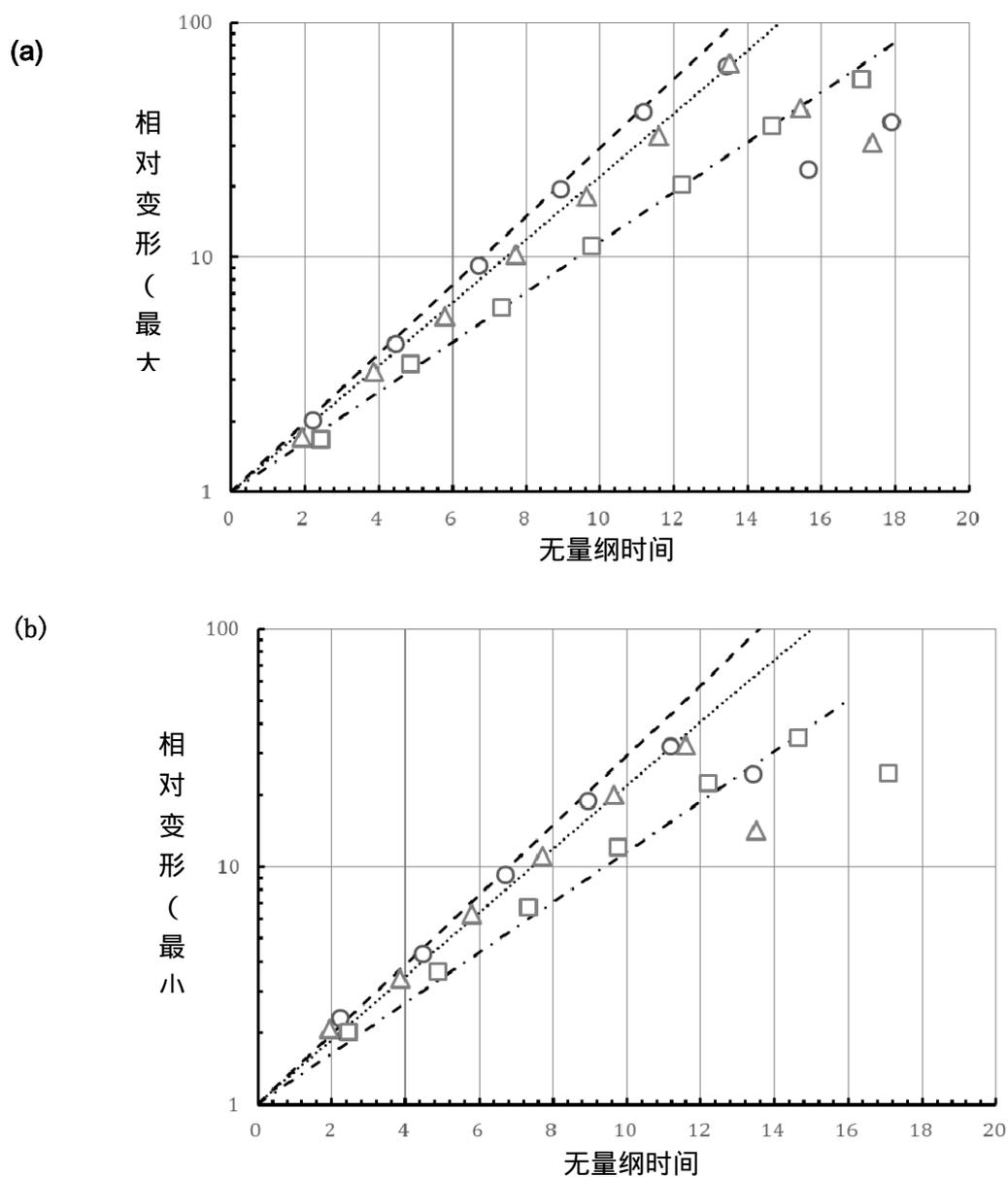


图2 不同 $La$ 数下液膜相对变形量随时间变化。(a) 最大半径变化 $\chi_{max}$  (b) 最小半径变化 $\chi_{min}$ . ---: L. Rayleigh<sup>[12]</sup> ( $La = 2000$ ), .....: C. Weber<sup>[13]</sup> ( $La = 238.34$ ), -·-·: C. Weber<sup>[13]</sup> ( $La = 23.834$ ), ○: 本研究中 BAMR 计算值 ( $La = 2000$ ), △: 本研究中 BAMR 计算值 ( $La = 238.34$ ), □: 本研究中 BAMR 计算值 ( $La = 23.834$ )

### 3.2 液滴碰撞模式的直接数值模拟

液滴碰撞作为一种重要物理现象在自然界和工业界广泛存在。比如，云雾和雨滴的形成、波浪破碎、射流雾化等。已有的实验研究（Qian 和 Law）<sup>[14]</sup> 显示对气液两相系统存在四种典型碰撞模式包括 反弹（Bouncing）、合并（Coalescence）、反射分离（Reflexive Separation）和拉伸分离（Stretching separation）。在 Qian 和 Law<sup>[14]</sup> 的实验研究了烃类液滴和氮气组成的气液两相系统液滴碰撞模式，大量照片可用于数值预测结果的对比。

表 1 碰撞液滴的物理特性

流体	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	动黏度 (kg/m·s)	表面张力系数 (kg/s)
烃(C <sub>14</sub> H <sub>30</sub> )	758	2.128×10 <sup>-3</sup>	0.026
氮气	1.138	1.787×10 <sup>-5</sup>	

表 2 液滴碰撞参数

Case	液滴直径( $D, \mu\text{m}$ )	$\eta$	$\lambda$	$We$	$Re$
1	354	1.05	0.71	64.9	312.8
2	356	1.05	0.39	48.1	270.1

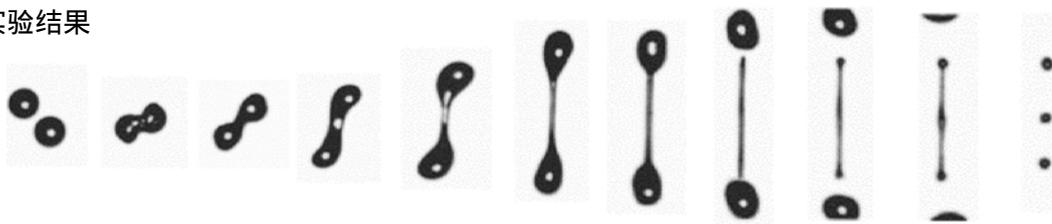
本研究中考考虑同等大小两个液滴的碰撞情况，主要参数  $Re$ 、 $We$ 、 $\lambda$  和  $\eta$  的定义方式如下，

$$Re = \frac{\rho_l D (2U_0)}{\mu_l}, \quad We = \frac{\rho_l D (2U_0)^2}{\sigma}, \quad \lambda = \frac{b}{D}, \quad \eta = \frac{w}{D}. \quad (22)$$

其中， $D$  为液滴直径， $b$  两个液滴的偏心距离。初始时刻，两个液滴被分别施加相对速度 ( $U_0$ ) 引发碰撞发生。 $\rho_l$ 、 $\mu_l$  和  $\sigma$  分别指代烃类的密度、黏性系数和表面张力系数（表 1）。本研究考虑两种拉伸分离液滴碰撞模式，其详细计算参数如表 2 所示。

本研究者选取计算区域为  $x \in [-0.002m, 0.002m]$ ,  $y, z \in [-0.001m, 0.001m]$ 。速度 0 梯度条件施加在  $x = \pm 0.002m$  and  $y, z = \pm 0.001m$  处，大气压力条件施加在  $y, z = \pm 0.001m$  侧。计算中采用 3 层自适应网格 (2~6)，其中加密层级 6 等效于将计算区域分为  $1280 \times 640 \times 640$  的均匀网格，加密层级 2 等效于  $80 \times 40 \times 40$  的均匀网格。所有的液滴碰撞算例中，液滴直径  $D$  包含 100-120 个格子，自适应网格加密准则依据体积分数  $C$  确定。

实验结果



数值模拟

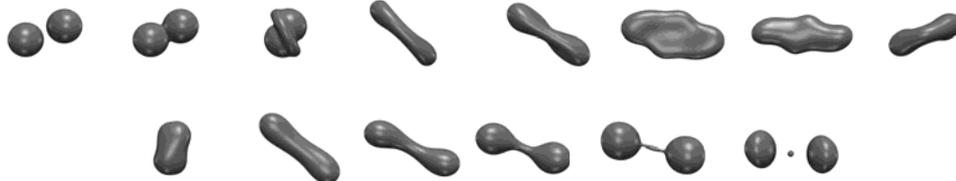


(a) Case-1

实验结果



数值模拟



(b) Case-2

图3 液滴碰撞的两种拉伸分裂模式

图2和图3分别显示了一种典型的拉伸分离碰撞模式。总体上，直接数值模拟得到了和实验值一致的结果，最终分离生成的液滴数量、大小与实验吻合较好。本方法中表面张力模型的有效性得到初步验证。

#### 4 结论

本研究基于块自适应网格实施了 CIP-CSL 格式、VOF 界面捕捉方法、高度函数曲率计

算方法、连续力表面张力模型等。对表面张力驱动的液膜不稳定性和多种液滴碰撞模型进行了直接数值模拟。实验结果分别与势流理论和实验观测取得一致，证明了本方法模拟表面张力流动的精度和有效性。未来将拓展该方法在破碎波、波浪砰击等微观机理方面的研究。

## 致谢

本文得到国家自然科学基金 (51879159, 51490675, 11432009, 51579145)、长江学者奖励计划(T2014099)、上海高校特聘教授(东方学者)岗位跟踪计划(2013022)、上海市优秀学术带头人计划(17XD1402300)、工信部数值水池创新专项课题(2016-23/09)资助项目。在此一并表示感谢。

## 参 考 文 献

- 1 Shinjo J, Umemura A. Surface instability and primary atomization characteristics of straight liquid jet sprays. *International Journal of Multiphase Flow*, 2011, 37(10): 1294-1304.
- 2 Ling Y, Fuster D, Zaleski S, et al. Spray formation in a quasiplanar gas-liquid mixing layer at moderate density ratios: A numerical closeup. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(1): 014005.
- 3 Popinet S. An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(16): 5838-5866.
- 4 Brackbill J U, Kothe D B, Zemach C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of Computational Physics*, 1992, 100(2): 335-354.
- 5 Xiao F, Yabe T. Completely conservative and oscillationless semi-Lagrangian schemes for advection transportation. *Journal of Computational Physics*, 2001, 170(2): 498-522.
- 6 Yabe T, Tanaka R, Nakamura T, et al. An exactly conservative semi-Lagrangian scheme (CIP-CSL) in one dimension. *Monthly Weather Review*, 2001, 129(2): 332-344.
- 7 Xiao F, Yabe T, Peng X, et al. Conservative and oscillation - less atmospheric transport schemes based on rational functions. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 2002, 107(D22).
- 8 Xiao F, Ikebata A, Hasegawa T. Numerical simulations of free-interface fluids by a multi-integrated moment method. *Computers & structures*, 2005, 83(6): 409-423.
- 9 Liu C, Hu C. An adaptive multi-moment FVM approach for incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 2018, 359: 239-262.
- 10 Liu C, Hu C. Block-based adaptive mesh refinement for fluid-structure interactions in incompressible flows. *Computer Physics Communications*, 2018, 232: 104-123.
- 11 Torrey M D, Cloutman L D, Mjolsness R C, et al. NASA-VOF2D: a computer program for incompressible

flows with free surfaces. Los Alamos National Lab., NM (USA), 1985.

- 12 Rayleigh L. XVI. On the instability of a cylinder of viscous liquid under capillary force. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1892, 34(207): 145-154.
- 13 Weber C. Zum zerfall eines flüssigkeitsstrahles. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1931, 11(2): 136-154.
- 14 Qian J, Law C K. Regimes of coalescence and separation in droplet collision. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 331: 59-80.

## **Direct numerical simulation for two-phase flow considering surface tension by using adaptive mesh refinement**

LIU Cheng, WAN De-cheng

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240. Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** With the rapid development of computer hardware, DNS (Direct Numerical Simulation) becomes an efficient tool for the fundamental analysis of complex two-phase flow problems. DNS has strict requirements for low-dissipative scheme and high mesh resolution, which may enlarge the computational cost. In present study, the CIP-CSL (Constraint Interpolation Profile - Semi-Lagrangian) is adopted for discretizing advection part of momentum equations. An algebraic VOF (Volume of Fluid) is developed for capturing the moving interface, with a modified curvature estimation method by using height function. To improve the computational efficiency, a block-structured adaptive mesh refinement (BAMR) strategy is employed to refine the crucial regions including the interface and high gradient regions. In the simulation of capillary wave instability under different Laplace numbers, the predicted deformation rate also agrees well with potential theory solutions. Finally, the droplet collision problems with various Weber number and Reynolds number are simulated and compared with experiment, the accuracy and efficiency of the BAMR solver are validated.

**Key words:** Surface Tension; Adaptive Mesh; Direct Numerical Simulation; Two-Phase Flow.