

分层流体中圆球激发尾流效应内波 数值模拟

周根水，洪方文，姚志崇

(中国船舶科学研究中心船舶振动噪声重点实验室，江苏无锡，214082，Email: 1070369021@qq.com)

摘要：水下物体运动对周围流体产生的扰动传播到水面形成水面尾迹，这一尾迹在适当的环境和条件下会长期滞留，成为探测水下物体的信号源。其中，高内傅氏数下圆球运动产生的尾流效应内波生成机制复杂，呈非稳定性，本文通过大涡模拟-Mix 多相流模型对线性分层流体中高内傅氏数下运动圆球产生的尾流效应内波展开数值模拟。分析结果表明，运动圆球过后，尾流相继出现混合效应、塌陷效应以及振荡，发现尾流塌陷过后的振荡频率小于背景频率，满足内波激发条件。另外，尾流中的涡结构是尾流效应内波的主要产生机制。

关键词：分层流体；尾流效应内波；塌陷；涡结构

1 引言

内波最早发现于挪威探险家 Nansen 所称的“死水”现象，其生成机理与一般海浪有所不同，它是发生在密度稳定层化海水内部的一种波动，生成条件有两个：一是稳定的分层流体介质；二是扰动源的存在。研究人员根据扰动源的不同将运动物体产生的自生内波分为两类：一类是排水体积与分层流体相互作用生成的体效应内波；另一类是运动物体尾流在自身的演化过程中与分层流体相互作用生成的尾流效应内波。由于海水密度分层的层间密度差值小，类似于将分层介质置于微重力环境中，仅为表面波的千分之一量级，很小的扰动也能激发大振幅的内波，且分层密度差值小、回复力弱，自生内波周期长、波长长，从而成为空、天、水下非声探潜捕捉的目标，受到各海洋强国的重视。

体效应内波，低速时占主导作用，其产生机制是水下物体运动时迫使流体质点偏离平衡位置，在恢复力和惯性的合作用下，在平衡位置上、下振荡，从而引发的。许多学者已经有较为深入的理论研究，且建立了相应的预报模型，取得与实验、数值研究相一致的结果。其中势流理论的奇点分布法是一种有效理论模型方法，最具代表性的工作是 Tuck^[1]的研究成果，他给出了包含自由面变形影响的点源内波模型，并且还研究了用 Rankie 体表示

潜艇运动激发的自生内波情况。体效应内波理论仅考虑了水下航行体排水体积效应产生的内波，随着速度的增高，尾流效应逐渐增强，尾流效应也会扰动分层流体激发生成内波。

尾流效应内波生成机理复杂，呈现非稳态性，主要与分层流体水下航行体的尾流特性湍流、涡旋结构及分离泡等流体现象有关，为此 Chomaz^[2]、Lin^[3]、Hopfinger^[4]对尾流演化特性进行了详细的试验研究，研究表明尾流的演化过程主要分为近尾流阶段、中间阶段（非平衡阶段）和远尾迹阶段。基于尾流的演化特性，Schooley 等^[5]及 Lin 等^[6]相继在试验中总结了尾流湍流的演化特性并发现尾流塌陷内波。Wu^[7]通过对湍流尾流混合区域的观测总结出尾流的初次塌陷激发生成内波，并以射线形式向外传播。Robey^[8]采用电导率仪阵列对内波的空间传播特性进行了测量，得到了内波传播速度和幅值随内傅氏数的变化关系。

尾流效应内波激发机制相当复杂，目前对尾流效应内波的激发机制还没有一个清晰的认识，建立的预报模型也无法完整预报尾流效应内波的特征参数。之前的思路主要借鉴体效应内波源汇表达方法，采用振荡源来模拟尾流效应内波，关键点在于源汇的布置、振荡频率及移动速度的选取上，本文主要研究途径则是采用 CFD 模拟尾流效应，通过大涡模拟-Mix 多相流模型对线性分层流体中高内傅氏数下运动圆球产生的尾流效应内波展开数值模拟。

2 控制方程

2.1 大涡模拟

CFD 数值模拟在内波的最早应用是根据势流理论求解运动源致内波，可以解决低速运动物体激发的体效应内波，由于忽略黏性及非线性项，难以模拟高速时运动尾流中的大小尺度涡结构，后来运用基于黏性理论的数值方法如雷诺平均、大涡模拟和直接数值模拟研究内波成为主要手段。

大涡模拟基于合理网格尺度，能够弥补 RANS 对尾流场模拟的不足，能够较好地捕捉小尺度的流动瞬态流动特征弥补 RANS 的不足，且对计算机要求不高。大涡模拟方法中，质量守恒方程和动量守恒方程如下：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

式中， $\tau_{ij} = \rho \bar{u}_i \bar{u}_j - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j$ 为亚格子应力项，代表小尺度涡对求解运动方程的影响，须构造亚格子应力模型计算实现方程的封闭性，在本文计算中，采用 Smagorinsky-Lilly 模型。

2.2 多相流模型

本文将密度较轻的淡水和密度较重的盐水看作为两种广义的流体相，通过 UDF 编译组合两种流体相可以实现密度分层流的模拟，采用多相流 Mixture 模型求解该流体问题。Mixture 模型是通过求解混合相的连续性、动量方程及次相的体积分数方程而得到结果，其方程如下：

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_m \vec{u}_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m \vec{u}_m) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \vec{u}_m + \nabla \vec{u}_m^T)] + \rho_m g \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\alpha_p \rho_p)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{u}_m) = 0 \quad (5)$$

式中， g 是重力加速度， \vec{u}_m 是混合流体的速度， ρ_m 是混合流体的密度， μ_m 是多相流黏性， α_p 是第 p 相流体体积分数。

3 数值离散及边界条件

对分层流体中圆球运动激发的内波进行计算，模型和计算域如图 1 所示，圆球直径 D 为 2.5cm，计算区域长 70D，半宽 40D，深度 10D，其中上游边界距球心 20D，侧面边界距球心 40D，圆球深度为 6D。网格划分方式选择结构网格，对圆球的周围以及下游区域做加密处理，最小网格为 1mm，为了计算精度的提高，近尾流场网格长细比控制在 5: 1 内，远流场网格控制在 15:1 内。

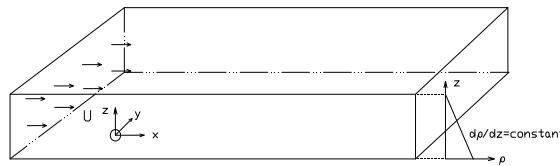


图 1 计算模型

边界条件设置为：入口为速度入口边界，给定均匀速度来流速度条件；出口为自由出口条件；对称面选择 Symmetry 条件；上、下边界选择壁面剪切条件；圆球表面为壁面无滑移边界条件。

本文采用有限体积法来离散大涡模拟的控制方程，压力项采用 Body Force Weighted 格

式, 动量项采用 Bounded Central Differencing 离散格式, 体积分数采用 Quick 格式, 时间推进项采用 Bounded Second Order Implicit 离散格式, 离散得到的代数方程组采用逐点 Gauss-Siedel 法迭代求解。

4 计算结果分析

分层流体采用密度线性分层, 上边界是体积分数为 100% 的淡水, 密度为 998.2 kg/m^3 ; 下边界是体积分数为 100% 的盐水, 密度为 1098.2 kg/m^3 ; 中间为混合相, 密度线性分布。根据式 (6), 可得到浮力频率 N 以及内傅氏数 Fri 。

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dz}, \quad Fri = \frac{U_0}{NR} \quad (6)$$

在文献[9]中已有阐述, LES-Mix 数值模型能够较好地模拟低内傅氏数 ($Fri=0.6 \sim 4$) 下的体效应内波, 另外结果显示高内傅氏数 ($Fri > 4$) 下, 圆球背后的尾流相继出现混合效应以及在势能作用下发生塌陷效应。本文在此基础上, 针对高内傅氏数时的内波场及流场特征, 对尾流效应内波的产生机制进行探讨。

4.1 低 Fri 数时流场及体效应内波特征

图 2 (a) 是内傅氏数 Fri 为 2 时圆球上方 2D 处的水平面速度散度云图, 横、纵坐标采用小球直径无量纲化处理, 图 3 是流线图。从图中可以看到圆球轴线附近的小“V”字形, 波形呈一定夹角, 如图 2 (b) 所示, 其波长和波形夹角与理论计算、试验结果相一致^[9], 为物体自身诱导的体效应内波; 体效应内波在向外围的传播过程中, 由于黏性及尾流的扰动作用, 波形变得较为紊乱, 但整体呈现一个较大夹角的稳定波形特征。

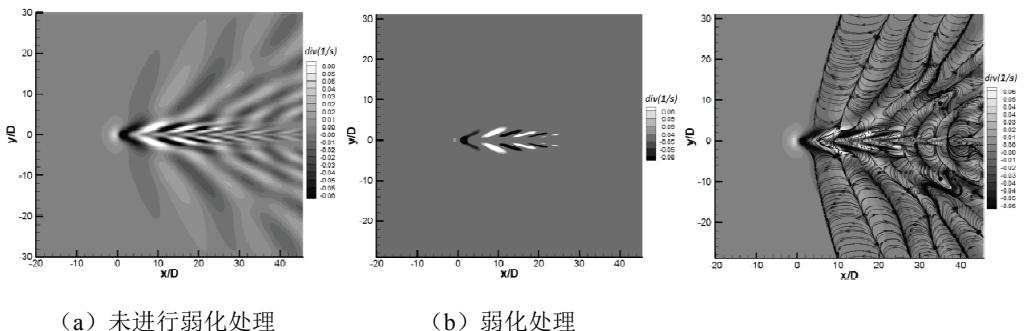


图 2 圆球上方 2D 处水平面速度散图

图 3 圆球上方 2D 处水平面流线图

4.2 高 Fri 数时流场及尾流效应内波特征

图 4 和图 5 分别是内傅氏数为 12 和 24 时圆球中心处水平面速度散度云图。从图 4~

图 5 中可以看到，轴线两侧附近有明显的流动现象，出现较小“V”字形波，且波长较短，有一定的随机性，其波长与内傅氏数无关；在远离轴线的外侧，内傅氏数为 12 时可以看到约 3 个波长左右的波形，夹角约 25° ，当内傅氏数增加到 24 时，隐约能看到 1 个波长，夹角几乎不变。从流线图可以看到，内傅氏数为 12 和 14 时轴线附近均有涡结构及聚散现象，卷吸附近的流体，从而出现尾流效应内波；在轴线外围，内傅氏数为 12 时明显可以看到约 3 个波形结构，内傅氏数为 24 时仅能看到 1 个波。

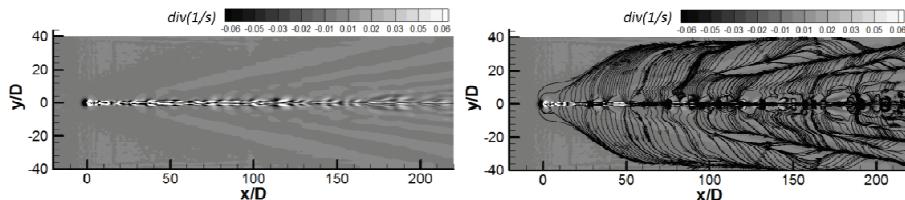


图 4 内傅氏数为 12 时圆球中心处水平速度散度云图及流线

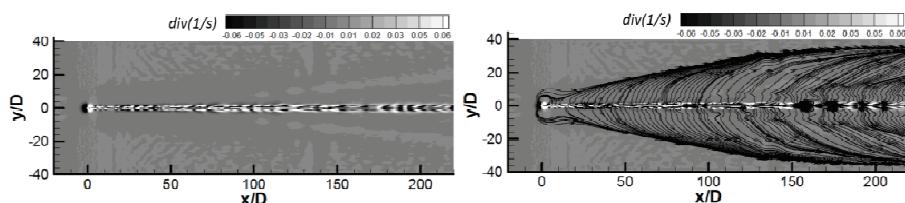


图 5 内傅氏数为 24 时圆球中心处水平速度散度云图及流线

图 6 为内傅氏数为 12 时纵剖面淡水体积分数为 0.6 的空间分布图，从图 6 (a) 中可以看到，近内波场主控波形主要为波长 $3D \sim 7D$ 的碎波，振幅较小；远内波场内波分布较为规律，波长约 $40D$ 左右，相比较近内波场，振幅突然增加，然后随着距离的增加呈减小的趋势。从图 6 (b) 中可以看到，整个分布为碎波为主导的内波场，同时叠加着波长 $40D$ 的波形结构。

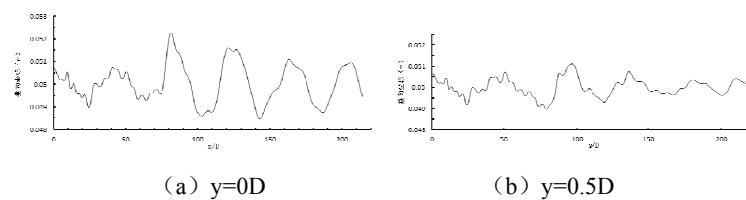


图 6 不同横向位置淡水体积分数为 0.6 的空间分布

4.3 尾流效应内波产生机制探讨

在文献[9]中已表明尾流演化到 $Nt=3.366$ (N 为浮力频率, t 为时间) 并开始发生塌陷，

图7为继续跟踪中纵剖面上圆球下游0.6D处的淡水体积分数垂向分布曲线变化图,图7(a)实线演化到虚线说明混合区域不同垂向位置处的淡水体积分数整体降低,此区域得到下层密度重盐水的补充,图7(b)则说明混合区域得到上层密度轻盐水的补充,图7(c)则为循环过程,整个过程是在初始未扰动时淡水体积分数曲线上下反复振荡,且幅值逐渐减小,同时可发现振荡周期平均约为3.5s左右,其振荡频率小于分层流体的浮力频率大,满足内波的激发条件,波长约为42D与图6中的长波为相一致的波形结构,说明尾流塌陷后,尾流在背景分层流体的浮力频率作用下多次振荡激发生成塌陷内波。

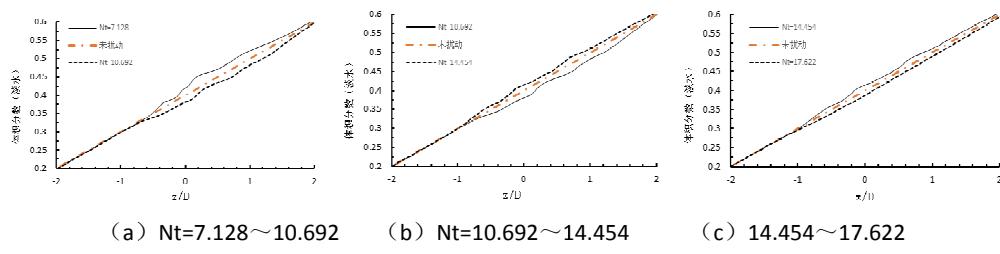


图7 淡水体积分数曲线振荡过程

Robey^[8]采用斯特哈尔数准则来确定预报模型中的尾流效应内波激发源的频率,姚志崇等^[10]采用PIV测量内波场确认了内波波长与斯特哈尔数准则确定的涡间距5D相一致。图8为内傅氏数为12时圆球后轴线附近的涡结构流线图,从图8中可以看到轴线附近有着间距3D~7D的涡结构,同时伴有流动聚散现象,涡间距与数值计算得到的碎波波长相一致,说明尾流中的涡结构是产生尾流效应内波的一种机制,该涡结构与尾流中的Kelvin-H不稳定性相互作用随机生成波长为3D~7D的随机内波。

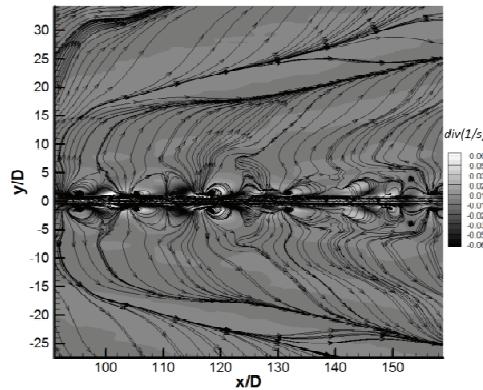


图8 内傅氏数为12时轴线附近涡结构

4 结论

本文通过大涡模拟-Mix 多相流模型对线性分层流体中高内傅氏数下运动圆球产生的尾流效应内波展开数值模拟，对尾流效应内波的产生机制进行了探讨，得到以下结论：

(1) 高内傅氏数下 ($\text{Fri} > 4$)，圆球运动轴线两侧附近有明显的流动现象，出现较小“V”字形波，且波长较短，有一定的随机性，波长约为 $3D \sim 7D$ ，与内傅氏数无关；轴线外侧伴有稳定的波形，波长较大。

(2) 尾流效应内波主要有塌陷内波和随机内波，其中通过对淡水体积分数垂直分布曲线的分析，高内傅氏数为 12 时圆球运动尾流塌陷后会发生持续振荡，振荡频率小于分层流体浮力频率，激发生成波长较大的塌陷内波；尾流中轴线附近间距为 $3D \sim 7D$ 的涡结构与尾流中的 Kelvin-Helmholtz 不稳定性相互作用生成波长较短的随机内波。

参 考 文 献

- 1 Tuck EO. Submarine internal waves[R]. National Technical Information Service Document. 1992. No.AD:264-080
- 2 J.M. Chomaz, P. Bonneton, E.J. Hopfinger. The structure of the near wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid[J]. J Fluid Mech. 1992, 254(-1):1-21
- 3 J. T. Lin, Y. H. Pao, Wakes in stratified fluids[J]. Ann. Rev. Fluid Mech. 1979, 11(1):317-338
- 4 Bonneton P, Chomz J M, Hopfinger E J. Internal waves produced by the turbulent wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid[J]. J Fluid Mech. 1993, 254(-1): 23-40
- 5 A. Shooley and R. W. Stewart. Experiments with a self-propelled body submerged in a fluid with a vertical density gradient[J] J. Fluid Mech. 1963, 15(1):83-96
- 6 J. T. Lin, Y. H. Pao, Wakes in stratified fluids[J]. Ann. Rev. Fluid Mech. 1979, 11(1):317-338
- 7 J. Wu. Mixed region collapse with internal wave generation in a density-stratified medium[J]. J Fluid Mech. 1969, 35(3):531-544
- 8 Harry F.Robey. The generation of internal waves by a towed sphere and its wake in a thermocline. Phys of Fluid. 1997, 9(11):3353-3367.
- 9 周根水, 姚志崇, 洪方文. 分层流体中尾流混合效应数值模拟[J]. 水动力学研究与进展, A 辑.2018, 33(1):40-47
- 10 姚志崇, 赵峰等. 拖曳球体尾流效应内波表现特征及其产生机理研究[J]. 船舶力学. 2017, 21 (1): 8-14

Numerical simulation of the Wake-generated internal waves by a moving sphere in stratified fluids

ZHOU Gen-shui, HONG Fang-wen, YAO Zhi-chong

(China Ship Scientific Research Center, National Key Laboratory on Ship Vibration&Noise, Jiangsu wuxi
214082, Email: 1070369021@qq.com)

Abstract: Disturbance generated by an underwater body moving in fluids can spread to the surface and become the wake as the detection of signal source owing to long-term stranded in appropriate environment and conditions. The wake-generated internal waves by a moving sphere at high Froude Numbers is complexand unsteady, the paper takes the moving ball in a linear stratified fluid as the object and simulate of the wake-generated internal waves by LES-Mix multiphase flow numerical simulation at high Froude Numbers. The results show that the ball's wakes experience the mixing, collapsing, oscillating in succession and the collapsed wakes' oscillating frequency less-than the background frequency satisfies the condition of internal waves excitation. Besides, the vortex structure in wakes is the main generation mechanism of the wake-generated internal waves.

Key words: Stratified fluids; The wake-generated waves; Collapsing; The vortex structure.