

基于自适应网格的三维数值波浪水池

张运兴, 段文洋, 廖康平, 马山

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨, 150001, Email: duanwenyang@hrbeu.edu.cn)

摘要: 本文基于自适应网格开发了三维两相流数值波浪水池, 并进行相应验证。采用分步法求解两相 Navier-Stokes 方程, 并采用 VOF 方法捕捉自由表面, 网格结构的变化使用开源库 Paramesh 进行控制。首先模拟剪切流问题验证 VOF 方法, 然后分别模拟线性液舱晃动问题和孤立波传播问题验证当前模型。所有计算结果均与理论解进行比较, 结果吻合良好, 计算效率相对于均匀网格大大提升, 证明了当前模型的准确性和可行性。

关键词: 数值波浪水池; 自适应网格; 两相流; VOF

1 引言

近年来, 基于 CFD 技术的数值波浪水池被广泛应用于船舶与海洋工程水动力学问题研究中, 各种各样的 CFD 软件或代码随之产生。然而大多数软件或代码均使用提前划分好的、在计算过程中不变的固定网格, 当所关心区域随时间可能发生变化时, 使用者将不得不提前对所有关心区域的网格进行加密, 这就导致计算量可能过大。

自适应网格方法是一种在计算过程中根据需要自动改变网格疏密程度的方法。该方法由 Berger 和 Oliger^[1]提出并应用于双曲方程的求解。此后, 大量学者将该方法应用于单相流问题和两相流问题。对单相流问题, Elli 等^[2]基于弱可压缩结合直角网格和浸入边界法模拟了水轮机尾流场, Vanella 等^[3]结合自适应网格与浸入边界法对刚体流固耦合问题进行了模拟。对两相流问题, Zuzio 和 Estivalezes^[4]结合 level set 方法和 Ghost Fluid Method 方法分析气泡变形与 R-T 不稳定性问题, Liu 和 Hu^[5-6]分别基于可压缩和不可压缩, 在自适应网格上利用 THINC 方法对气泡演化问题和波浪破碎进行了模拟。这些研究充分证明了基于自适应网格开发数值波浪水池的可行性。

张运兴等^[7]基于自适应网格开发的二维数值波浪水池, 进一步拓展至三维。内容包括以下几个部分: 第二节简要介绍数值算法; 第三节为算例验证, 包括剪切流、线性液舱晃动和孤立波传播等 3 个问题的模拟; 最后是本文结论。

2 数值方法

2.1 控制方程

不可压缩黏性两相流体的控制方程为连续性方程和 N-S 方程（忽略表面张力）：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \end{aligned} \quad (1)$$

式中， u 、 p 和 ρ 分别为速度、压力和密度； τ 为黏应力。 f 代表源项，如重力等。

本文基于有限差分法和交错网格对方程（1）在直角网格上进行离散。其中时间离散采用分步法，对流和扩散部分分别采用 TVD 格式和中心差分格式，压力通过求解压力泊松方程得到，自由表面流动采用 VOF 方法捕捉。该部分算法详细介绍请参考文献[7]。

2.2 自适应网格

基于开源库 Paramesh^[8]，使用八叉树结构对网格进行控制（图 1）。计算过程中，所有网格块计算同时进行，块与块之间通过插值相互提供边界条件。网格块依据设定好的判断条件（如离自由面距离）自动进行加密或粗化。

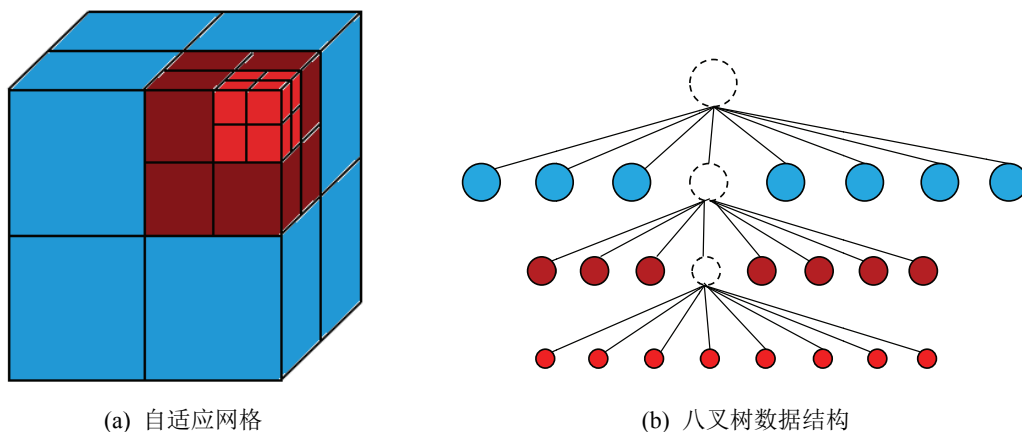


图 1 自适应网格与八叉树数据结构

3 计算结果

3.1 剪切流问题

剪切流问题是验证 VOF 准确性的常用算例，该问题在给定速度场中对如下 VOF 方程

进行计算^[9]，其中 C 为体积分数：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}C) = 0 \quad (2)$$

计算域为边长为 1 的正方体，圆球初始半径为 0.15，在 $100 \times 100 \times 100$ 均匀网格下，不同时刻 $C=0.5$ 等值面计算结果如图 2 所示，可以看出计算结果满足要求。

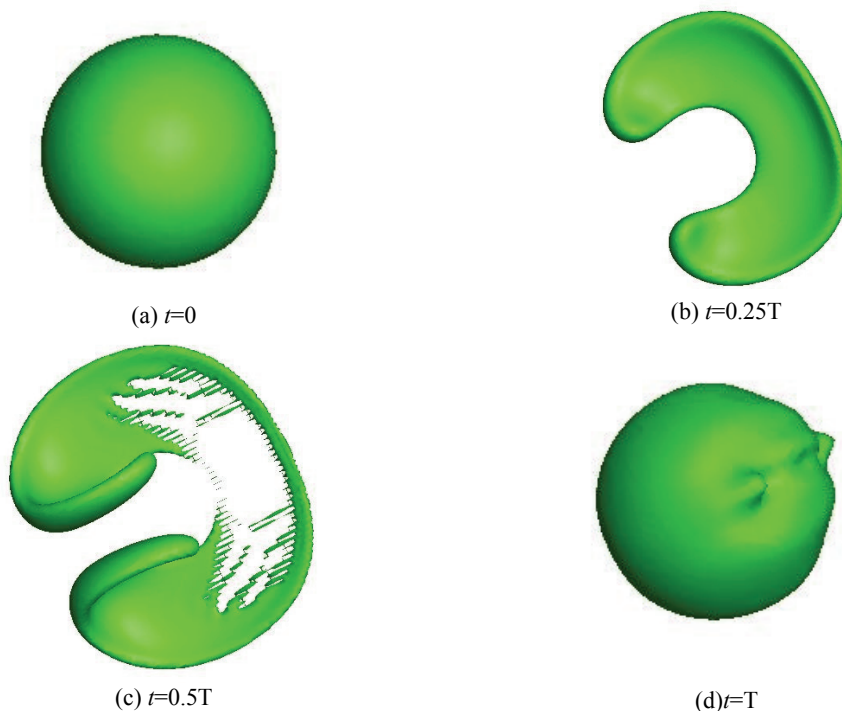


图 2 不同时刻等值面 ($C=0.5$) 变化 (周期 $T=3s$)

3.2 线性液舱晃动问题

线性液舱晃动问题表示在封闭空间中，水在重力 g 和常数横向加速度 a 共同作用下的自由面运动问题见图 3(a)。根据势流理论，当 a 远小于 g 时，某点自由面高度有如下理论解^[10]：

$$\xi(x, t) = \frac{a}{g} \left(x - \frac{L}{2} + \sum_{n \geq 0} \frac{4}{Lk_{2n+1}^2} \cos(\omega_{2n+1}t) \cos(k_{2n+1}x) \right) \quad (3)$$

$$k_n = \frac{n\pi}{L}, \quad \omega_n^2 = \frac{gk_n(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \coth[k_n(h_{tank} - h_{water})] + \rho_2 \coth[k_n h_{water}]}$$

式中， k 为波数； ω 为频率； n 为足够大整数（本文取 10000）。

使用三层自适应网格对该问题进行模拟，如图 3(b)所示。图 4 为不同网格下（最密网格为 $1/256$ ），左侧边界上自由面高度随时间变化的数值结果与理论解对比，可以看出结果

收敛且与势流理论解吻合良好。

3.3 孤立波传播问题

根据线性孤立波理论，孤立波波面可表示为

$$\eta(x,t) = H \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H}{4d^3}} (x-ct) \right] \quad (4)$$

式中， d 为水深； H 为波幅； c 为波速且满足 $c = \sqrt{gd(1+0.5H/d)}$ [11]。

使用给定入口速度和波面的方法生成孤立波。建立 $6\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ 的数值水池，具体参数为水深 0.5m ，波高 0.1m ，最小网格尺度为 $1/64\text{m}$ ，使用三层自适应网格进行模拟（图 6）所示。图 5 为某时刻波面与理论解对比，结果吻合良好。计算效率方面，当前网格量为 5.26×10^5 ，若使用网格尺度等于最小网格尺度的均匀网格进行模拟，网格量为 1.57×10^6 ，自适应网格减少了约 $2/3$ 的网格量。

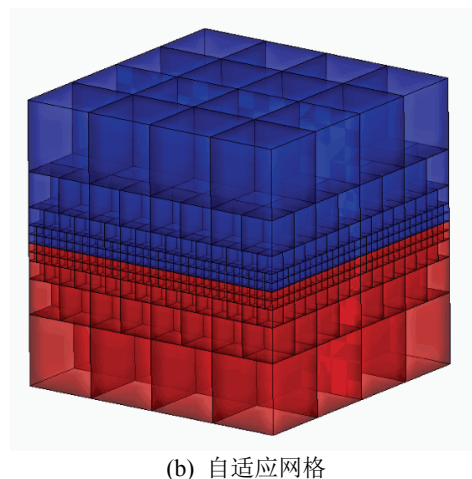
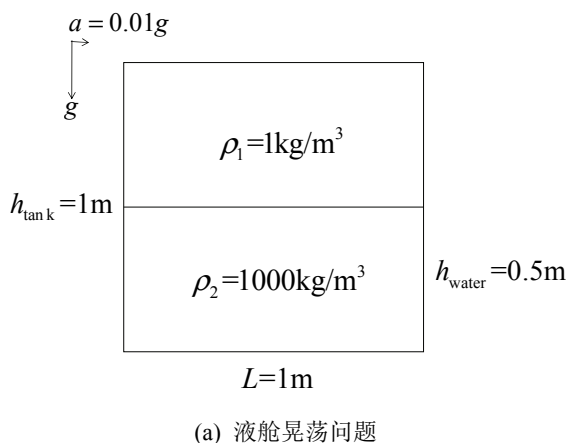


图 3 液舱晃动问题相应参数与自适应网格

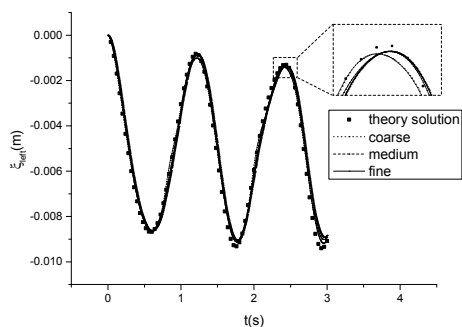


图 4 左侧边界上自由面高度随时间变化

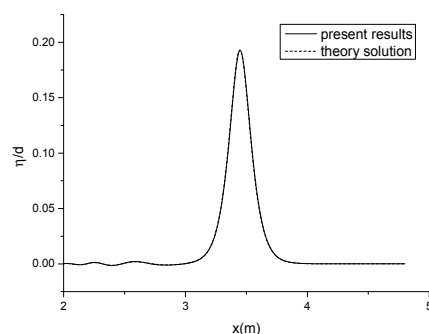


图 5 某时刻波面对比

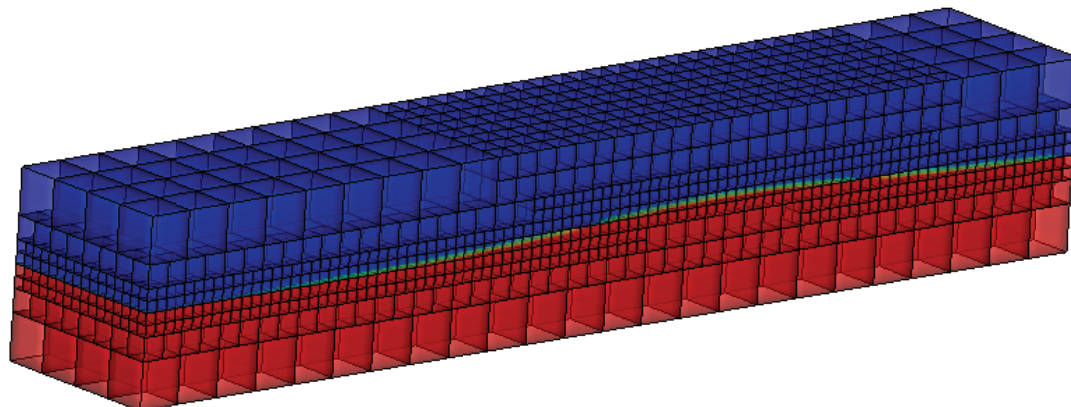


图 6 孤立波传播某时刻网格

4 结论与展望

本文基于自适应网格开发了三维数值波浪水池并进行相应验证。算例计算结果与理论解吻合良好，计算效率相对于均匀网格大大提升，证明了自适应网格在两相流问题模拟中的可行性。

致谢

本文工作得到国家自然科学基金（No. 51779049, No. 51409060, No. 51709064, No. 51879058, No. 51679043）和工信部数值水池创新专项的支持。

参 考 文 献

- 1 Berger M J, Oliger J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations[J]. Journal of computational Physics, 1984, 53(3): 484-512.
- 2 Elie B, Oger G, Guillermin P E, et al. Simulation of horizontal axis tidal turbine wakes using a Weakly-Compressible Cartesian Hydrodynamic solver with local mesh refinement[J]. Renewable Energy, 2017, 108: 336-354.
- 3 Vanella M, Rabenold P, Balaras E. A direct-forcing embedded-boundary method with adaptive mesh refinement for fluid-structure interaction problems[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(18): 6427-6449.

- 4 Zuzio D, Estivalèzes J L, DiPierro B. An improved multiscale Eulerian-Lagrangian method for simulation of atomization process[J]. Computers & Fluids, 2016.
- 5 Liu C, Hu C. Adaptive THINC-GFM for compressible multi-medium flows[J]. Journal of Computational Physics, 2017, 342: 43-65.
- 6 Hu C, Liu C. Simulation of violent free surface flow by AMR method[J]. Journal of Hydrodynamics, 2018, 30(3): 384-389.
- 7 张运兴, 段文洋, 廖康平, 等. 基于自适应网格的二维孤立波生成[M]. 第二十九届全国水动力学研讨会论文集. 北京, 海洋出版社, 2018.
- 8 MacNeice P, Olson K M, Mobarri C, et al. PARAMESH: A parallel adaptive mesh refinement community toolkit[J]. Computer Physics Communications, 2000, 126(3):330-354.
- 9 Xiao F, Li S, Chen C. Revisit to the THINC scheme: A simple algebraic VOF algorithm[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(19):7086-7092.
- 10 Chanteperdrix G. Modélisation et simulation numérique d'écoulements diphasiques à interface libre. Application à l'étude des mouvements de liquides dans les réservoirs de véhicules spatiaux[D]. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France (in French), 2004.
- 11 Miles J W. Solitary Waves[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1980, 12(12):11-43.

3D numerical wave tank based on adaptive mesh refinement grid

ZHANG Yun-xing, DUAN Wen-yang, LIAO Kang-ping, MA Shan

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, 150001.

Email: duanwenyang@hrbeu.edu.cn)

Abstract: In this paper, a three-dimensional two-phase flow Numerical Wave Tank (NWT) is developed based on Adaptive Mesh Refinement(AMR) grid, with corresponding validations. Fractional step method is applied for solving the Navier-Stokes equations and free surface flow is captured with VOF method. The AMR grid is managed with open source library Paramesh. Benchmark cases of shear flow advection is used to validate the VOF method. Then linear sloshing and solitary wave propagation problems are simulated to validate the model. All the results are compared with theory solutions, with good agreements obtained. The veracity of the model is verified.

Key words: NWT, AMR Grid, Two-Phase Flow, VOF.