

# 不同排列方式的双柔性圆柱流激振动脉动 阻力系数特性研究

徐万海，吴昊凯，张书海，李宇寒

(天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室，天津，300072，Email:[xuwanghai@tju.edu.cn](mailto:xuwanghai@tju.edu.cn))

**摘要：**双圆柱结构广泛应用于各类工程结构中，根据两圆柱的相对位置及与流体流动方向的关系又可以具体地将其划分为串列、交错、并列3种排列方式。流激振动是实际环境中双圆柱结构常见的一种流-固耦合现象，是造成其结构疲劳损伤的重要因素之一。脉动阻力会引起结构顺流向的振动，因而脉动阻力系数是反映双圆柱结构流激振动特性的重要参数之一，对其进行研究有助于深入了解结构的流-固耦合特性，并为相关结构设计提供一定的参考和借鉴。本研究设计了串列及交错排列方式的双柔性圆柱的拖曳水池模型实验来研究其流激振动特性，并利用反解方法来计算结构的脉动阻力系数。通过对不同排列方式的双圆柱结构的脉动阻力系数的对比研究，探寻其中的变化规律并发现一些独特的现象。

**关键词：**流致振动；脉动阻力系数；柔性圆柱；多圆柱

## 1 背景介绍

在各类海上结构物中，多圆柱结构得到了非常广泛的应用。双圆柱结构可以视为多圆柱结构的基础形式，依据两圆柱的相对位置及其与流体流动方向的关系又可以进一步将其划分为串列、交错、并列3种排列方式（图1）。如果圆柱结构并非严格固定，在实际情况下可能受到来流的作用而产生复杂的流-固耦合现象，对结构安全可能产生不良影响。流激振动(Flow-induced Vibration, FIV)是一种常见的流-固耦合现象，也是造成多圆柱结构疲劳损伤的重要因素。脉动阻力系数是反映结构水动力特性的重要参数之一，与顺流向振动速度同相位，可由结构顺流向流体力分解得到。

针对不同排列方式的双圆柱结构，已经有很多研究者进行了相关的实验研究。Kim 和 Alam 在一个较大的间距比范围内分别开展了串列<sup>[1]</sup>、并列<sup>[2]</sup>、交错<sup>[3]</sup>排布的刚性双圆柱结构的模型实验，测定了各圆柱的振动特性，并根据两圆柱的振动特性的差异划分了一系列的间距比区域。Assi 等<sup>[4-5]</sup>则在固定上游圆柱的条件下研究了刚性下游圆柱横流向单自由度，

除了遮蔽效应的影响外，尾流的作用使下游圆柱可能会产生尾流致振动(Wake-induced Vibration, WIV)现象。关于刚性双圆柱结构的流体动力特性的研究则相对较少。Huera-Huarte 等<sup>[6-7]</sup>开展了大长径比柔性双圆柱结构的模型实验，研究了柔性圆柱结构的多模态振动特性。相比刚性圆柱结构，长径比较大的柔性圆柱结构能够激发高阶振动模态，振动特性更为复杂。Sanaati 等<sup>[8]</sup>也开展了并列柔性双圆柱的模型实验，并测定了顺流向和横流向的流体力合力系数。他们发现两并列柔性圆柱在间距比较大时仍然存在较强的相互作用。

已有的文献中，关于双圆柱结构的研究大多集中于其振动特性，对于流体力特性的研究则相对较少。对于大长径比的柔性圆柱在高阶振动模态下的流体力特性的研究则更为稀少。脉动阻力系数是反映结构流体力特性的重要参数，与响应位移存在较强的相关性而与响应频率的相关性较弱。脉动阻力系数实际上能够反映圆柱结构与流体间的能量传递关系，对其开展研究能够为相关多圆柱结构的设计提供一定的参考和借鉴。为填补相关研究的空白，开展了串列与交错排列方式(图 1)的柔性双圆柱结构的流激振动模型实验，识别结构中各柔性圆柱的脉动阻力系数，探究结构的流体力特性并寻找脉动阻力系数的变化规律。

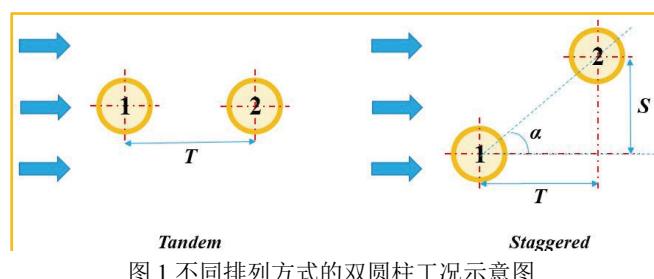


图 1 不同排列方式的双圆柱工况示意图

## 2 模型实验

模型实验在天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室的拖曳水池中进行。拖曳水池长 137.0m，宽 7.0m，深 3.3m。模型实验中所使用的柔性圆柱模型由内部的铜管和覆于铜管外部的硅胶管组成。圆柱模型安装在钢架上，一端用万向联轴节弹性固定于一侧的支撑板上，另一端则通过钢丝绳依次连接弹簧、弹性张紧器以及拉力传感器，从而确保圆柱模型处于弹性支撑的状态且不能发生扭转。沿内侧铜管轴向等间距设置 7 个测点，在每个测点横流向和顺流向各布置一组应变片采集模型的应变信息；外侧硅胶管可以确保圆柱模型表面光滑，并保护应变片和电路设备。圆柱模型的具体参数如表 1 所示。更加具体的实验设备描述可参考文献[8]。

表 1 柔性圆柱模型参数

物理量	参数
长度, $L$	5.60m
外径, $D$	0.016m
长径比, $L/D$	350
弯曲刚度, $EI$	$17.45 \text{ N} \cdot \text{m}^2$
轴向预张力, $T_z$	450N
单位长度质量, $m_s$	0.3821kg/m
质量比, $m^*$	1.90

实验前将钢架安装在拖车底部并完全浸没入水中。实验时拖车匀速运动带动圆柱模型匀速前进来模拟均匀来流条件。在不同的排列方式下分别对不同间距比的双圆柱模型进行实验并测定对应的应变数据。间距比分为以下几组：串列排布： $T/D=4、6、8、10、16$ ；交错排布： $T/D=4、6、8, L/D=2、3、4、6$ 。每组工况的来流速度范围为 0.05-1.00m/s，速度间隔为 0.05m/s，采样时间为 50s，信号采集频率为 100Hz。

### 3 脉动阻力系数计算方法

采用一系列反解方法确定圆柱结构流激振动的升力系数。利用模态分解法将模型实验中获取的结构应变信息转化为位移信息。然后利用有限元法求解结构的流体力，最后通过一种考虑遗忘因子的最小二乘法得到各圆柱结构的脉动阻力系数。圆柱模型顺流向振动的控制方程可表示为：

$$EI\ddot{x}'' - Tx'' + c_x\dot{x} + m_s\ddot{x} = \frac{1}{2}C_d\rho DU^2 - C_{ax}\frac{\pi}{4}\rho D^2\ddot{x} \quad (1)$$

其中  $x$  为顺流向位移中去除由来流引起平均位移后剩余的顺流向脉动位移， $c_x$  为顺流向的结构阻尼， $C_d$  为顺流向脉动阻力系数， $C_{ax}$  为顺流向附加质量系数， $U$  为来流速度。将上述方程转为有限元形式<sup>[7]</sup>：

$$M_s\ddot{X} + C_X\dot{X} + (K_E + K_P)X = F_x \quad (2)$$

其中  $M_s$  为质量矩阵， $C_X$  为顺流向结构阻尼矩阵， $K_E$  为结构弯曲刚度矩阵， $K_P$  为由轴向力引起的刚度矩阵， $F_x$  为横流向流体载荷矩阵。根据有限元方程(2)求解顺流向流体载荷矩阵  $F_x$ ，进而可以求得顺流向流体力  $f_x$ 。由  $f_x$  分解得到的与速度同相位的流体力成分即为所需的顺流向脉动阻力。脉动阻力系数  $C_d$  通过考虑遗忘因子的最小二乘法求得<sup>[9]</sup>：

$$f_x(z, t) = \frac{\rho D l U^2(z, t)}{2\sqrt{2}x_{rms}(z)} C_d(z, t) \dot{x}(z, t) - \frac{\rho \pi D^2 l}{4} C_{ax}(z, t) \ddot{x}(z, t) \quad (3)$$

其中  $l$  为结构单元长度， $x_{rms}$  为顺流向脉动位移均方根。具体方法请参照参考文献[9]，利用最小二乘法求解得到的  $C_d$  即为所需要的脉动阻力系数。

## 4 脉动阻力系数特征

串列排布下的柔性双圆柱的脉动阻力系数如图 2 所示。在几乎所有约化速度下，下游圆柱的脉动阻力系数低于上游圆柱或单圆柱，明显地受到上游圆柱的影响，这种影响是由上游圆柱的遮蔽效应和复杂的尾流作用引起的。下游圆柱所受到的影响与两圆柱间距关系不大，即使两圆柱间距增大到 16D，下游圆柱所受到的影响依然十分明显。而与此相反的是，上游圆柱受下游圆柱的影响相对不明显。仅在两圆柱间距为 4D 且  $V_r \geq 20.00$  时，上游圆柱的脉动阻力系数较低，可能是由于下游圆柱干扰了上游圆柱尾流漩涡的正常形成。总体上来说，随着两圆柱间距增大，上游圆柱受下游圆柱的影响逐渐减弱。

交错排布下的柔性双圆柱的脉动阻力系数如图 3 所示。相比于串列双圆柱，交错双圆柱中的下游圆柱受上游圆柱遮蔽效应的影响较弱，因而整体上脉动阻力系数下降并不明显。 $V_r=5.00-10.00$  时(圆柱模型的振动主要体现为二阶模态)，上游圆柱的横流向振幅较大，因而下游圆柱仍会较明显地受到上游圆柱的影响。受上游圆柱尾流漩涡的作用，下游圆柱的脉动阻力系数可能有所增大，在脉动阻力轴向分布上也会体现出一定的差异，如图 4( $S/D=4$ ,  $T/D=6$ ,  $V_r=8.75$ )所示。顺流向间距比  $T/D=4$  或 6 时，上游圆柱也会受到下游圆柱的影响，尾流中的漩涡脱落受到影响，因而计算得到的脉动阻力系数偏小，在  $V_r=5.00-6.25$  时尤为明显。随着顺流向间距比增大，这种影响也逐渐变得不明显。

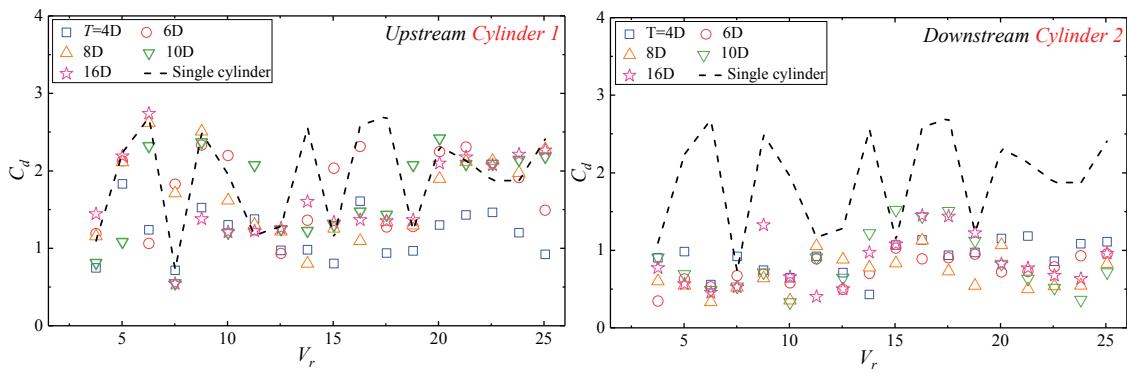


图 2 串列双圆柱脉动阻力系数

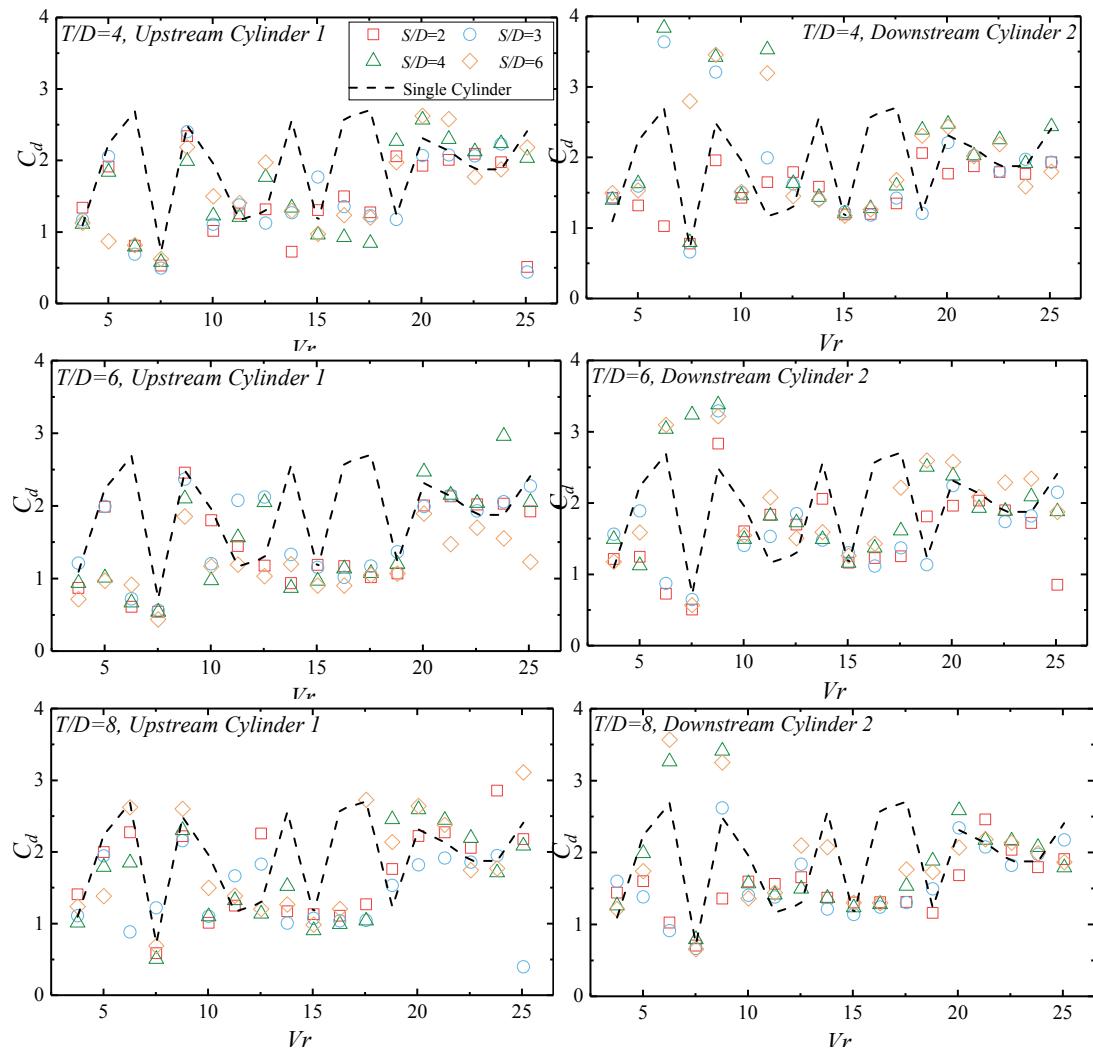
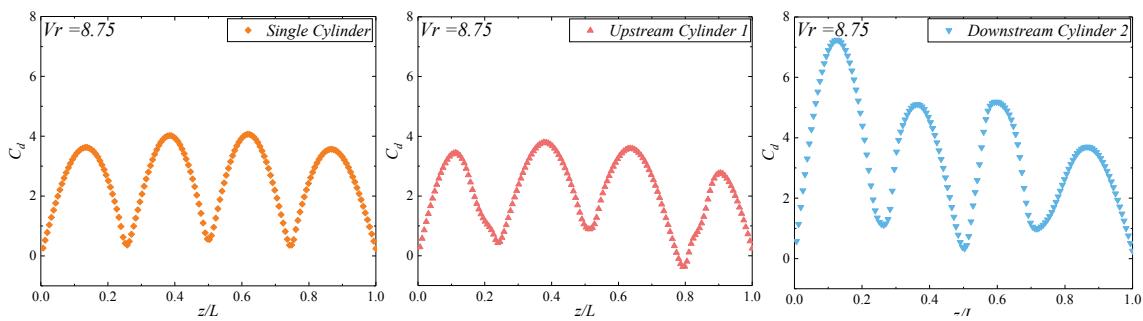
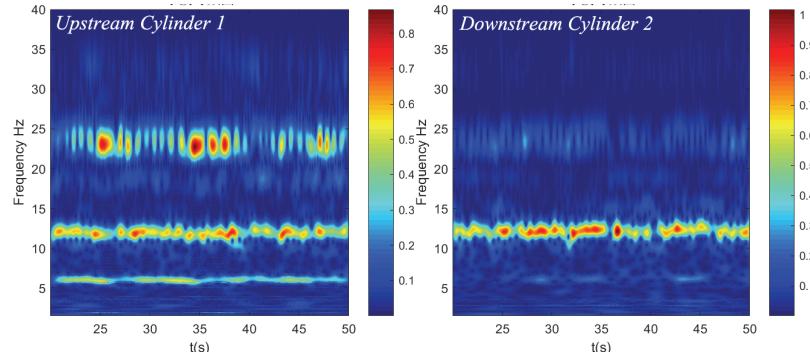
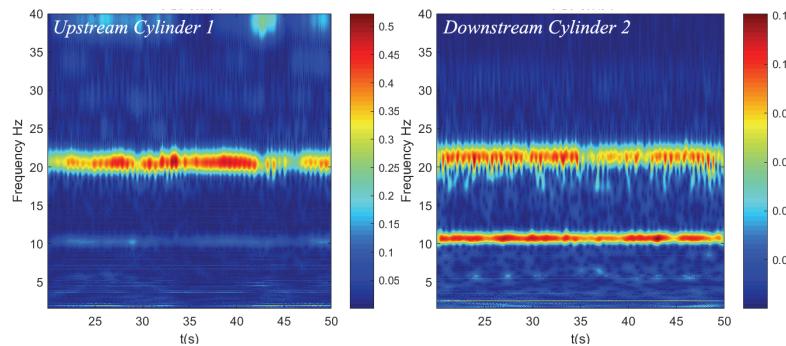


图 3 交错双圆柱脉动阻力系数

当  $V_r=12.50-17.50$  时, 且两圆柱顺流向间距较小( $T/D=4$  或  $6$ )时, 下游圆柱的脉动阻力系数比上游圆柱稍大。通过对位移数据做频域分析(图 5)发现, 上游圆柱显示出了比较明显的多频振动特性。多频率振动能一定程度上影响圆柱模型的振动形态, 并进一步影响脉动阻力系数。与此相反的是, 下游圆柱的多频振动特性并不明显, 似乎受到上游圆柱尾流的控制。因为模型实验中没有进行流场可视化分析, 因此对于此现象产生的原因目前还无法得出准确的结论, 并有待于进一步深入的研究。


 图 4  $S/D=4, T/D=6, V_r=8.75$  时的脉动阻力系数轴向分布图

 图 5  $S/D=4, T/D=4, V_r=15.00$  时, 一号测点顺流向位移数据小波时频

对于一些特定排列方式的交错双圆柱, 下游圆柱可能会出现一种独特的尾流弛振(Wake Flutter)现象。其主要表现为圆柱模型顺流向主要频率成分与横流向主要频率成分非常接近, 因而圆柱模型表现出一种近似圆形的运动轨迹, 而不是常见的“8”字形轨迹。此时圆柱模型的顺流向位移也将一定程度增大, 基本与横流向位移同量级。在本研究的模型实验中, 下游圆柱顺流向有两个主要的频率成分(图 6), 其中较低的频率成分与横流向振动频率非常接近, 因而圆柱模型的振动表现出了一种接近尾流弛振的现象。而对于脉动阻力系数, 这一现象的影响不太明显, 依然体现出了正常的高阶振动模态特征, 这主要是由于较高频率成分的影响。此外, 在高频和低频成分的共同影响下, 下游圆柱脉动阻力系数的轴向分布与上游圆柱或单圆柱存在一些差异(图 7)。


 图 6  $S/D=6, T/D=8, V_r=25.00$  时, 二号测点顺流向位移数据小波时频

## 5 结论

(1) 对于串列双圆柱，下游圆柱受到上游圆柱遮蔽效应和尾流影响的综合作用，脉动阻力系数明显偏低。仅在顺流向间距比较小时，上游圆柱尾流漩涡的正常形成可能受到影响，因而脉动阻力系数较小。随着间距比逐渐增大，下游圆柱对上游圆柱的影响较为微弱。

(2) 对于交错双圆柱，下游圆柱受到的遮蔽效应较为微弱，但上游圆柱的尾流作用仍然不能忽视。当上游圆柱横流向位移较大时( $V_r=5.00-10.00$ )，其尾流中漩涡的作用导致下游圆柱脉动阻力系数偏大。 $V_r=12.50-17.50$ 时，上游圆柱有明显的多频率成分参与振动，下游圆柱的多频成分则相对不明显，因而计算得到的上下游圆柱的脉动阻力系数有一定差距。 $V_r \geq 22.50$ 时，下游圆柱可能出现一种独特的尾流弛振现象，振动位移出现了明显的低频成分，而脉动阻力系数受此影响不大。

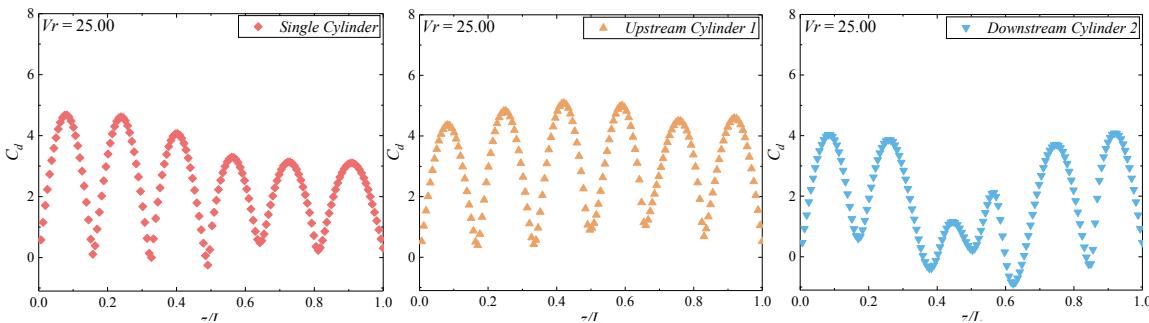


图 7  $S/D=6$ ,  $T/D=8$ ,  $V_r=25.00$  时的脉动阻力系数轴向分布图

致谢

本文工作得到了国家自然科学基金(51679167)的支持，在此衷心表示感谢。

## 参 考 文 献

- 1 Kim S, Alam MM, Sakamoto H, Zhou Y. Flow-induced vibrations of two circular cylinders in tandem arrangement. Part 1: Characteristics of vibration. *J. Wind. Eng. Ind. Aerod.*, 2009, 97: 304-311.
- 2 Kim S, Alam MM. Characteristics and suppression of flow-induced vibrations of two side-by-side circular cylinders. *J. Fluid. Struct.*, 2015, 54:629-642.
- 3 Kim S, Alam MM. Free vibration of two identical circular cylinders in staggered arrangement. *Fluid Dyn Res.*, 2009, 41: 1-17.
- 4 Assi GRS, Bearman PW, Meneghini JR. On the wake-induced vibration of tandem circular cylinders: the vortex interaction excitation mechanism. *J. Fluid. Mech.*, 2010, 661:365-401.
- 5 Assi GRS, Bearman PW, Carmo BS, Meneghini JR, Sherwin SJ, Willden RHJ. The role of wake stiffness on

- the wake-induced vibration of the downstream cylinder of a tandem pair. *J. Fluid. Mech.*, 2013, 718:210-245.
- 6 Huera-Huarte FJ, Gharib M. Flow-induced vibrations of a side-by-side arrangement of two flexible circular cylinders. *J. Fluid. Struct.*, 2011, 27:354-366.
- 7 Huera-Huarte FJ, Bangash ZA, González LM. Multi-mode vortex and wake-induced vibrations of a flexible cylinder in tandem arrangement. *J. Fluid. Struct.*, 2016, 66:571-588.
- 8 Xu Wanhai, Cheng Ankang, Ma Yexuan, GaoXifeng. Multi-mode flow-induced vibrations of two side-by-side slender flexible cylinders in a uniform flow. *Mar. Struct.*, 2018, 57: 219-236.
- 9 Liu Chang, Fu Shixiao, Zhang Mengmeng, Ren Haojie. Time-varying hydrodynamics of a flexible riser under multi-frequency vortex-induced vibrations. *J. Fluid. Struct.*, 2018, 80:217-244.

## Varying drag coefficients of two flexible cylinders with tandem and staggered arrangement

XU Wan-hai, WU Hao-kai, ZHANG Shu-hai, LI Yu-han

(State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin, 300072.

Email:[xuwanhai@tju.edu.cn](mailto:xuwanhai@tju.edu.cn))

**Abstract:** Structure units composed of two cylinders are widely used in various engineering applications. The two cylinders can be further divided into three kinds of arrangement, namely, tandem, staggered and side-by-side arrangement. Flow-induced vibration (FIV) is a typical kind of fluid-structure interaction (FSI), and it may lead to the structural fatigue damage. The varying drag force gives rise to the structural vibration in the in-line direction, and furthermore, the varying drag coefficient becomes an important parameter to reveal the FSI characteristics of the structure. The present article produces a series of model tests on two flexible cylinders with tandem and staggered arrangement to investigate their FIV characteristics. The varying drag coefficients are calculated based on a series of inverse analysis methods. Some further discussions are also presented in the article.

**Key words:** Flow-induced Vibration; Varying drag coefficient; flexible cylinder; multiple cylinders