

# 一种高保真超长黏性数值波浪水槽

赵西增，聂隆锋

(浙江大学海洋学院，浙江舟山 316021；Email:xizengzhao@zju.edu.cn)

**摘要：**为实现波浪的超长距离传播和调制演变过程，本文提出了一种高保真的黏性数值波浪水槽。分别采用包含单元均值和点值的有限体积法求解纳维斯托克斯方程、具有二次曲面性质和高斯积分的双曲正切函数(THINC/QQ)方法来重构自由面，建立以 OpenFOAM 底层函数库为基础的 VPM-THINC/QQ 数学模型。在 300 米长的水槽中对波群进行模拟，得到波群的长时间演化过程，并与文献结果进行对比。结果表明本文开发的高精度数值波浪可有效模拟波浪的长时间传播和演变过程。

**关键词：**超长水槽；非线性波；有限体积法；VPM-THINC/QQ 模型；波浪变形

## 1 引言

数值波浪水槽<sup>[1-2]</sup>是研究水波问题的一种重要手段。基于 Navier-Stokes 方程建立的黏性流数值波浪水槽能够捕捉流场中的流动细节，是目前最接近真实物理水槽的一类数值工具。但是，为了控制计算中的数值耗散，基于传统一阶或二阶方法的数值模型通常对时间步长与网格大小有着严格的要求。这使得这类数值波浪水槽在应用中的计算成本巨大，其发展也因此受到了制约。为开发可靠且更经济的黏性流数值波浪水槽，本文将尝试使用高精度的两相流模型作为数值求解器，检验水槽在模拟波浪的长时间传播和演变过程等方面的性能。

---

基金信息：国家自然科学基金(51679212)；浙江省杰出青年基金项目(LR16E090002)；中央高校基本科研业务费专项资金资助(2018QNA4041)

## 2 控制方程和边界条件

不可压缩流体的控制方程：

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + (\nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{U}) + \nabla \mathbf{U} \cdot \nabla \mu) + F_\sigma - \mathbf{g} \cdot \mathbf{x} \nabla \rho \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (3)$$

其中， $\mathbf{U}$  为流体质点速度， $p$  为相对动压力， $\rho$  为流体密度， $\mu$  为动力黏性系数， $\mathbf{g}$  为重力加速度， $F_\sigma$  为表面张力。 $\alpha$  是流体体积分数，且  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。网格单元是空气时， $\alpha=0$ ；网格单元为水时， $\alpha=1$ ，网格单元是自由面时， $0 < \alpha < 1$ 。网格内的流体特性可以用下式来表示：

$$\lambda = \lambda_1 \alpha + \lambda_2 (1 - \alpha) \quad (4)$$

其中， $\lambda$  代表网格单元内流体的密度  $\rho$  或者黏性系数  $\mu$ 。

连续和动量方程采用高阶有限体积法 VPM<sup>[3-4]</sup> 求解，质量运输方程采用 THINC/QQ<sup>[5]</sup> 求解，建立以 OpenFOAM 底层函数库为基础的 VPM-THINC/QQ 数学模型。根据线性造波理论<sup>[6]</sup>，波浪产生可以采用推板造波法<sup>[7-8]</sup> 来实现。

## 3 数值波浪水槽的建立

数值水槽长 300m，高 5.2m，如图 1 所示。数值波浪参数如下表 1 所示，包括初始均匀波和和初始弱调制波在内的两种波列。在水槽中布置一定数量的浪高仪记录波面序列和 Chiang 等人<sup>[9-10]</sup> 的物理实验结果进行对比。为了收集足够的波面数据对水槽各个断面处进行频谱计算，表 1 中每个工况都进行了长达 500s（物理时间）的模拟。

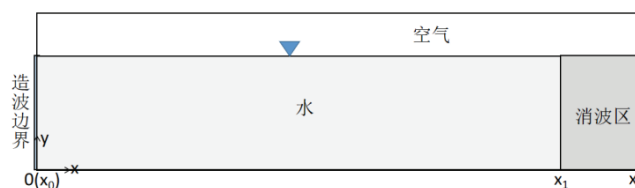


图 1 数值波浪水槽示意图

表 1 波浪参数

| 算例   | $T_c(s)$ | $\varepsilon=k_c a$ | $k_c h$ | $\delta=\Delta\omega/(\omega_c \varepsilon)$ | $a_{\pm}/a_c$ | 波高(m) | 波长(m) |
|------|----------|---------------------|---------|----------------------------------------------|---------------|-------|-------|
| F301 | 1.6      | 0.110               | 5.5     | \                                            | \             | 0.140 | 4.0   |
| F305 | 1.6      | 0.149               | 5.5     | \                                            | \             | 0.190 | 4.0   |
| T172 | 1.6      | 0.109               | 5.5     | 0.89                                         | 0.3           | 0.139 | 4.0   |
| T091 | 1.6      | 0.130               | 5.5     | 0.87                                         | 0.3           | 0.165 | 4.0   |

(1) 初始均匀波列的波面函数如下：

$$\eta = a_c \sin(\omega_c t) \quad (5)$$

其中  $\eta$  是水面位移， $a_c$  与  $\omega_c$  分别是载波的给定振幅与角频率。

(2) 初始弱调制波列的波面函数如下：

$$\eta(t) = a_c \sin(\omega_c t) + a_{\pm} \sin(\omega_{\pm} t + \phi_{\pm}) \quad (6)$$

$$\omega_{\pm} = \omega_c \pm \Delta\omega, \quad \phi_{\pm} = -\pi/4, \quad a_0^2 = a_c^2 + a_+^2 + a_-^2 \quad (7)$$

式中  $a_c$  与  $a_{\pm}$  分别是载波与两个边带波的给定振幅， $\omega_c$  与  $\omega_{\pm}$  分别是对应的角频率， $\Delta\omega$  是载波与边带波之间的频率差，而  $\phi_{\pm}$  是对应的初始相位差。 $a_0$  为波列的总振幅。

## 4 结果分析

### 4.1 初始均匀波

F301 工况的模拟结果如图 2 所示。图 2 中为各个断面处水面高程随时间的变化序列。图中第一个断面位置距离造波边界 19m，大约相当于 5 倍波长，可看出，波浪在传播的前期除波前的渐变以外都保持着均匀形态。而接下来的几个波面序列显示，随着波浪的继续传播，波浪开始发生调制现象：波能向波前集中，形成一组较短的陡波。这一发展过程与 Chiang 中进行的物理实验结果一致。波浪的非线性与色散的综合效应是形成这种有趣现象的原因。

当载波的初始波陡增大时，这种波浪的调制现象变得更加显著。图 3 中为 F305 工况的模拟结果，该工况中的载波初始波陡较大，为  $k_c h=0.149$ 。从图 3 中可以发现，这一工况中同样出现了波前的波能集中，并且发展速度要快于 F301 工况。F301 工况中在  $k_c x=369$  断面处出现了波前的大波高现象，在 F305 工况中的  $k_c x=181$  断面处已经出现。另外，波前的首个波群在水槽中段经历了波能集中后，在水槽的尾端恢复了平缓的形态，同时，在波前的起伏段之后形成了第二组较短的陡波。这些现象同样也在 Chiang 中的物理实验出现。

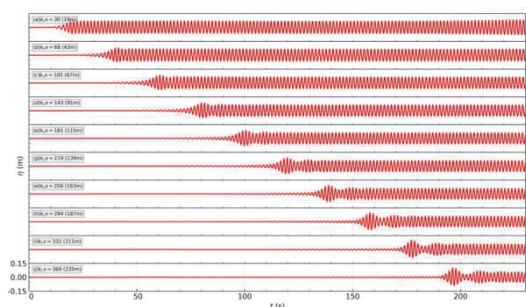


图2 不同位置处的波面序列 (F301)

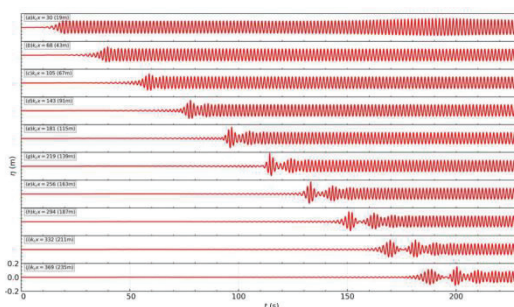


图3 不同位置处的波面序列 (F305)

## 4.2 初始弱调制波

初始均匀波列的调制现象仅发生在波前。本节将在载波的基础上，施加两个边带波，以模拟后续波列在小扰动作用下的不稳定机制。图4与图5分别为T172工况中水槽各个断面位置处记录的波面序列和其对应的频谱图，其中波面序列仅截取了稳定段的数据。图4中第一个断面处的波面序列与初始形态相近，表明该处的波面只是载波与边带波的线性叠加。随着波浪的传播，开始出现调制现象，这可以从图5的频谱中清楚地看到。从 $k_c x=87$ 处的频谱，即图5b中可以看到，载波的幅值减小，同时在上边带的右侧出现了两个明显的峰值，说明部分波能向高频段转移。在 $k_c x=163$ 处，载波的幅值继续减小，两个边带波的幅值增加，并开始超过载波的幅值。调制现象在 $k_c x=201$ 位置达到最强，此时，下边带的幅值要明显大于载波。而从 $k_c x=244$ 位置开始，波列发生解调，载波的幅值逐渐回升。随着解调的继续进行，波能的分布逐渐向初始形态恢复。

值得注意的是，上边带波的幅值在水槽尾端并未能恢复到初始状态，而是几乎降低到了零的水平。这与Chiang中的物理实验结果存在差异，在物理实验中，上边带波的能量也出现了损失，但损失的程度较小。本文中上边带波（高频波）的衰减主要是由数值黏性引起的，而物理实验中的波能损失是由于水槽边壁与底部的黏性效应导致的，在水槽宽度与深度足够的情况下，这种物理黏性能起到的作用很小。可以看到，虽然本文的模拟中出现了耗散，但依然重现了物理实验中几个关键的现象，包括在调制发生时出现的少量波能向高频段转移，载波波能传递给两个边带波现象，以及解调过程中出现的幅值谱逐渐恢复初始形态的现象。Segur等<sup>[11]</sup>指出，这种波浪的衰减，在边带波振幅较小的情况下，会对实验现象产生显著的影响。据此，可以预见，如果数值耗散更加严重，那么以上的实验现象将难以重现。图6和图7是T091工况的模拟结果。首先，从水槽中段（ $k_c x=163\sim 287$ ）的波面图可以见出，当调制发生时，波能集中到了由3个独立波形组成的波群当中，并且这个波群相比T172工况中的更加窄。在 $k_c x=244$ 断面位置，窄波群中出现了一个异常的大波高，与此同时，从水槽的截图中可以看到波浪在这一位置附近发生了破碎。Chiang等<sup>[9]</sup>的物理实验也出现了波浪破碎现象，但发生的区域是从 $k_c x=259\sim 320$ 断面，与本文的结果稍有不同。

波浪破碎发生以后,波列开始解调,与 T172 工况明显不同的是,在这一工况中,波列在水槽尾端并未恢复初始的波形。图 7 直观地显示了这一过程中波能的转化。在  $k_0 x=244$  断面位置之前的波能演变规律与 T172 中相似,而在这个位置之后,上边带的波能逐渐减小,但下边带的波能并未减小,而是与载波一致,继续增大。到水槽尾端位置,上边带的能量消耗殆尽,同时,下边带与载波保持着相当的幅值。Chiang 等以及 Tulin 与 Waseda<sup>[12]</sup>的物理实验也在波浪破碎以后发生了这样的演变,而导致波列永久降频的原因正是波浪破碎。

## 5 结论

本文基于改进的有限体积法 VPM 和高精度的界面捕捉方法 THINC/QQ 建立了以 OpenFOAM 底层函数库为基础的 VPM-THINC/QQ 数学模型,分别对初始均匀波与初始弱调制波进行了长时间演变模拟。本模拟可重现了物理实验中出现的几个关键现象。

(1) 初始均匀波列在经历长时间传播以后,出现了明显的波前不稳定,即波能向波前集中,形成一组较短的陡波。

(2) 波陡为  $\epsilon=0.109$  的初始弱调制波列在传播过程中,经历了载波与边带波之间的波能传递后,最终又恢复到初始形态的过程。

(3) 而波陡增大到  $\epsilon=0.130$  时,在传播过程中,载波的波能同样会传递给边带波,波列中出现一个异常的大波高并发生波浪破碎,破碎以后的波列不会恢复到初始形态,最终频率较低的下边带波与载波保持相近的幅值。

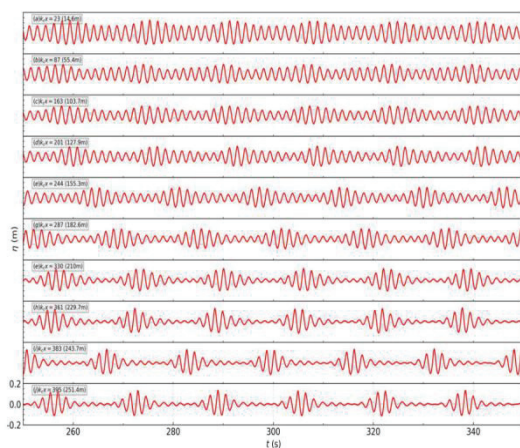


图 4 不同位置处的波面序列

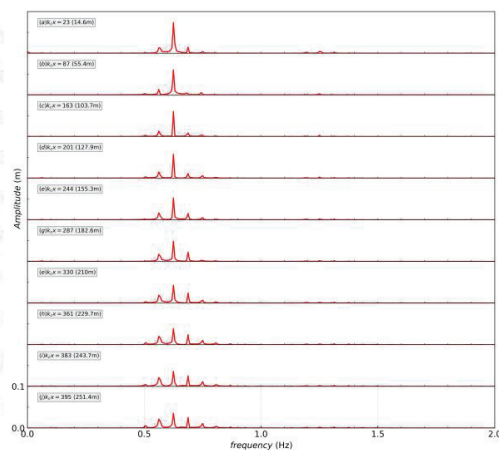


图 5 不同位置处的傅里叶幅值谱 (T172)

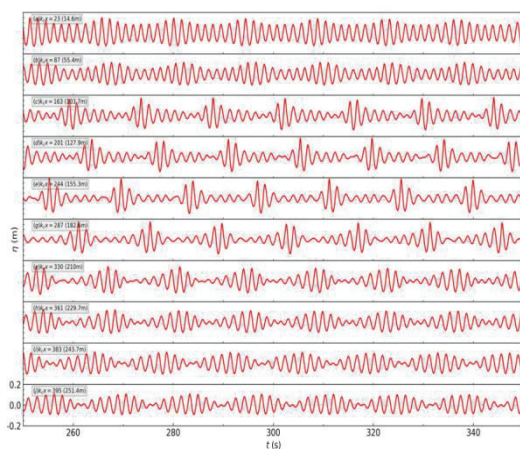


图 6 不同位置处的波面序列

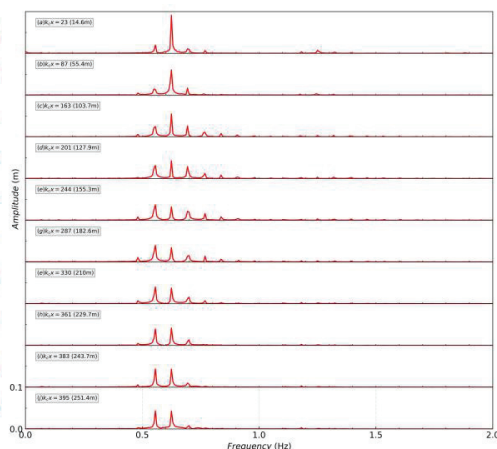


图 7 不同位置处的傅里叶幅值谱 (T091)

## 参 考 文 献

- 1 刘秀丽,段梦兰,高攀,等. 基于 OpenFOAM 的数值波浪水槽研究[J]. 复旦学报(自然科学版), 2015,54(03):373-378+385.
- 2 常爽,黄维平,付图南等. 黏性数值波浪水池中聚焦波浪的生成和与结构物的相互作用[J]. 水动力学研究与进展(A 辑), 2018,33(03):344-351
- 3 Xie Bin, Ii Satoshi, Ikebata Akio, et al. A multi-moment finite volume method for incompressible Navier-Stokes equations on unstructured grids: Volume-average/point-value formulation. Journal of Computational Physics, 2014, 277(C):138-162
- 4 Xie Bin, JinPeng, Xiao Feng. An unstructured-grid numerical model for interfacial multiphase fluids based on multi-moment finite volume formulation and THINC method. International Journal of Multiphase Flow, 2017, 89:375-398
- 5 Xie Bin, Xiao Feng. Toward efficient and accurate interface capturing on arbitrary hybrid unstructured grids: The THINC method with quadratic surface representation and Gaussian quadrature. Journal of Computational Physics, 2017, 349:415-440
- 6 Dean R, Dalrymple R. Water wave mechanics for engineers and scientists. New Jersey, USA:Prentice-Hall Inc., 1984.
- 7 Li Jinxuan, Liu Shuxue, Hong Qiyong. Numerical study of two-dimensional focusing waves[J]. China Ocean Engineering, 2008, 22(2):253-266.
- 8 谷汉斌,陈汉宝,栾英妮等. 平推式造波板运动的数值模拟[J]. 水道港口, 2011, 32(04):244-251.
- 9 Chiang W S. A study on modulation of nonlinear wave trains in deep water[D]. Taiwan: National Cheng Kung University,2005.
- 10 Chiang W S, Hwung H H. Steepness effect on modulation instability of the nonlinear wave train[J]. Physics



of Fluids. 2007, 19(1):014105.

- 11 Segur H, Henderson D, Carter J, et al. Stabilizing the benjamin–feir instability[J]. Journal of Fluid Mechanics. 2005, 539:229-271.
- 12 Tulin M P, Waseda T. Laboratory observations of wave group evolution, including breaking effects[J]. Journal of Fluid Mechanics. 1999, 378:197-232.

## High fidelity extra-long viscosity numerical wave tank

ZHAO Xi-zeng, Nie Long-feng

(Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316021, Zhejiang, China, Email: xizengzhao@zju.edu.cn)

**Abstract:** In order to realize the ultra-long-distance propagation and modulation evolution of waves, this paper proposes a high-fidelity viscous numerical wave trough. The finite volume method including cell mean and point values is used to solve the Navier-Stokes equation, the hyperbolic tangent function (TINC/QQ) method with quadratic properties and Gaussian integral to reconstruct the free surface, and establish the OpenFOAM underlying function. Library-based VPM-THINC/QQ mathematical model. The wave group was simulated to obtain the long-term evolution process of the wave group in a 300-meter-long water tank and compared with literature results. The results show that the high-precision numerical waves developed in this paper can effectively simulate the long-term propagation and evolution of waves.

**Key words:** Water tank; wave modulation; VPM-THINC/QQ model; Wave deformation